

Performa Mahasiswa dalam Menjawab Permasalahan Graf pada Mata Kuliah Matematika Diskrit

Andrea Arifsyah Nasution^{1*}, Asrin Lubis², Muliawan Firdaus³

^{1,2,3} Universitas Negeri Medan

*andrea86@unimed.ac.id

Diterima: Januari 2020. Disetujui: April 2020. Dipublikasikan: Juli 2020.

ABSTRAK

Jenis penelitian yang dilaksanakan dalam artikel ini adalah deskriptif yang bertujuan untuk memberikan gambaran tentang kemampuan awal bernalar matematika mahasiswa, khususnya Universitas Negeri Medan, pada mata kuliah matematika diskrit. Subjek pada penelitian ini adalah mahasiswa semester IV pada program studi pendidikan matematika tahun akademik 2016/2017 yang berjumlah 45 orang. Pengumpulan data pada penelitian ini dilakukan dengan cara memberikan pretest kepada mahasiswa dengan waktu 15 menit dan wawancara. Wawancara dilakukan dengan tujuan mendapatkan informasi mengenai bagaimana mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang disajikan. Hasil dari pretest dan wawancara dijadikan bahan untuk menjawab masalah utama pada penelitian ini. Dalam hal ini, temuan penelitian mengemukakan bahwa kemampuan awal mahasiswa pada umumnya belum dapat membantu mereka memecahkan masalah-masalah graf bahkan sebagian mahasiswa tidak dapat menyelesaikan pertanyaan-pertanyaan yang disajikan. Dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan, beberapa mahasiswa cenderung melakukan metode *trial and error*, sedangkan yang lainnya menggunakan penjabaran penjabaran dengan kata-kata ataupun gambar.

Kata kunci: analisis kemampuan awal, kemampuan bernalar (*reasoning skills*), graf, matematika diskrit.

ABSTRACT

This paper attempts to describe descriptively towards a study which is conducted to provide an overview about college students' initial reasoning skills, especially Universitas Negeri Medan, at Discrete Mathematics course. The implementation of this study involves 45 fourth-semester students of mathematics education program as the research subject. The data was collected by giving fifteen-minute pretest and conducting interview with the students. The interview aimed to acquire the information about how the students deal with the problems. The results of pretest and interview were laterly used to answer the main question of this study. In this case, the findings of this study show that the students' initial understanding is not adequate to solve the problems about graph and some students leave the worksheet with no answer. In order to deal with the problems, students come up with trial and error method and others attempt to solve the problems with word description and pictures.

Keywords: *initial understanding analysis, reasoning skills, graph, discrete mathematics.*

PENDAHULUAN

Dalam sistem pendidikan di Indonesia, kemampuan bernalar sudah menjadi tajuk utama dari kegiatan bermatematika yang dilakukan dari mulai sejak siswa duduk dibangku Sekolah Dasar (SD) sampai di Perguruan Tinggi (Depdiknas 2006). Hal ini telah dinyatakan secara eksplisit dalam kurikulum sekolah tingkat dasar ataupun menengah yakni agar siswa mempunyai kompetensi matematika dalam bentuk keterampilan menyusun bukti secara induktif. Pada jenjang selanjutnya (SMA), siswa tidak hanya diharapkan dapat menyusun pembuktian secara induktif, tetapi juga mampu menyusun bukti secara deduktif. Artinya, kemampuan bernalar bukanlah suatu hal yang baru dalam dunia pendidikan.

Pada dasarnya, kemampuan bernalar dapat diartikan sebagai suatu proses pengambilan keputusan atau dugaan dari sebuah informasi yang diterima (Lohman & Lakin, 2009). Sementara itu, Suriasumantri (1999) mengemukakan bahwa bernalar adalah suatu proses berpikir dalam menarik sebuah kesimpulan yang berupa informasi atau pengetahuan dan memiliki karakteristik tertentu dalam menemukan kebenaran. Dalam hal ini, proses berpikir tersebut haruslah dilakukan dengan cara yang benar supaya pengetahuan ataupun informasi yang dihasilkan dari penalaran tersebut memiliki dasar kebenaran yang kuat dan penarikan kesimpulan yang baru tersebut dianggap valid atau sah (Mikrayanti, 2016). Dari berbagai pernyataan-pernyataan di atas, kemampuan bernalar merupakan kemampuan seseorang untuk menarik konklusi atau kesimpulan yang

tepat menurut fakta-fakta dengan menggunakan aturan-aturan tertentu.

Oleh karena penalaran merupakan hasil dari suatu proses berpikir, maka kemampuan bernalar tersebut memiliki karakteristik-karakteristik dasar, yaitu: adanya suatu pola berpikir logis yang merupakan kegiatan berpikir menurut pola, alur dan kerangka tertentu (*frame of logic*) dan kedua, adanya proses berpikir analitik yang merupakan konsekuensi dari adanya pola berpikir analisis-sintesis berdasarkan langkah-langkah tertentu (diambil dari Sa'adah, 2010).

Dalam ilmu matematika, kemampuan bernalar terdiri dari 2 macam, yaitu kemampuan bernalar yang bersifat deduktif dan kemampuan bernalar yang induktif (diambil dari Sa'adah, 2010). Sa'adah (2010) mengatakan bahwa penalaran deduktif merupakan cara berpikir dimana dari pernyataan umum ditarik kesimpulan yang bersifat khusus, penarikan kesimpulan menggunakan silogisme (konstruksi penalaran). Sementara itu, silogisme terdiri atas kalimat-kalimat pernyataan yang dalam logika/penalaran disebut proposisi. Proposisi-proposisi yang menjadi dasar penyimpulan disebut premis, sedangkan kesimpulannya disebut konklusi. Silogisme berfungsi sebagai proses pembuktian benar-salahnya suatu pendapat, tesis atau hipotesis tentang masalah tertentu. Deduksi berpangkal dari suatu pendapat umum berupa teori, hukum atau kaedah dalam menyusun suatu penjelasan tentang suatu kejadian khusus atau dalam menarik kesimpulan, seperti halnya di perguruan tinggi.

Proses penalaran matematika pada tingkat perguruan tinggi bentuknya lebih

formal dan lebih akurat dibandingkan dengan yang telah dilakukan di sekolah dasar dan sekolah menengah (Lee, 2004), yaitu dengan menggunakan metode deduktif, seperti implikasi, kontradiksi, kontraposisi, atau bukti secara langsung. Proses tersebut sangat sulit sekali dipahami oleh mahasiswa yang menunjukkan bahwa kemampuan bernalar memerlukan perhatian khusus dan menjadi komponen kunci dalam proses pembelajaran (Supianti & Sari, 2016), misalnya pada mata kuliah Matematika diskrit.

Menurut Susanna (2010), "*mathematics discrete describes the processes that consist of a sequence of individual steps*". Untuk itu, matematika diskrit memerlukan banyak penalaran yang merupakan proses yang terdiri dari algoritma-algoritma pemecahan masalah. Garis besar dalam matematika diskrit adalah logika dan pembuktian (*logic and proof*), struktur-struktur diskrit (*discrete structures*), kombinatorika (*combinatorics*) dan peluang diskrit (*discrete probability*), algoritma-algoritma (*algorithms*) dan analisisnya, serta aplikasi (*applications*) dan pemodelan (*modelling*) (Susanna, 2010). Hal ini yang menyebabkan matematika diskrit merupakan mata kuliah yang menuntut mahasiswa untuk bernalar (Lubis dkk, 2016). Di samping itu, matematika diskrit merupakan salah satu subjek dalam ilmu matematika yang memiliki aplikasi dan ranah implementasi yang luas (Lubis & Nasution, 2017) dan dijadikan sebagai salah satu mata kuliah matematika terapan. Sebagai salah satu mata kuliah matematika analisis terapan, konsep-konsep yang terkandung di dalamnya pada umumnya merupakan

definisi, teorema-teorema yang tersusun secara hierarkis yang dapat diterapkan dalam bentuk algoritma (Rosen, 2012) yang dapat diterapkan dan diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu contohnya adalah pemetaan arus lalu lintas di jalan-jalan perkotaan sedemikian sehingga tidak terjadi kemacetan. Untuk memahami kondisi ini, mahasiswa harus dipersiapkan untuk memiliki kompetensi dalam matematika diskrit, termasuk juga mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Medan.

Salah satu pokok bahasan dalam mata kuliah matematika diskrit yang memerlukan banyak penalaran adalah graf (Krantz, 2009). Pada kurikulum pendidikan tingkat tinggi di Unimed, materi graf itu sendiri dikemas secara khusus dalam satu mata kuliah yang wajib ditempuh oleh mahasiswa di program studi pendidikan matematika (lihat Tabel 1). Materi graf tersebut disajikan kepada mahasiswa secara komprehensif dan mendalam (Sopamena, 2012).

Walaupun beberapa studi telah dilakukan untuk mendukung mahasiswa dalam belajar graf, akan tetapi masih banyak mahasiswa merasa kesulitan dalam memahami makna dari mata kuliah matematika diskrit (Lubis & Nasution, 2017). Salah satu faktor yang menyebabkannya adalah performa dosen dalam mengajar mata kuliah tersebut di kelas. Biasanya proses pembelajaran di kelas dilakukan dalam bentuk metode ceramah di mana dosen menjelaskan dan mahasiswa cenderung mendengarkan penjelasan dosen. Akibatnya, kemampuan bernalar mahasiswa tidak berkembang (Wijaya dkk, 2014).

Tabel 1. Kurikulum Pokok Bahasan Graf
(Lubis dkk, 2016)

Standar Kompetensi	Kompetensi Dasar
1. Teori Graf	1.1. Pengertian Graf
	1.2. Terminologi Graf
	1.3. Penyajian Graf
	1.4. Jenis-jenis Graf
	1.5. Sub Graf
	1.6. Operasi Graf
	1.7. Graf Isomorfik
2. Graf Berarah	2.1. Pengertian Graf Berarah
	2.2. Terminologi Graf Berarah
	2.3. Penyajian Graf Berarah
	2.4. Jenis Graf Berarah
3. Lintasan dan Sirkuit	3.1. Pengertian Lintasan dan Sirkuit
	3.2. Graf Terhubung
	3.3. Graf Berarah Terhubung
	3.4. Lintasan dan Isomorfisma
	3.5. Menghitung Lintasan di antara simpul
4. Lintasan Euler dan Hamilton	4.1. Lintasan dan Sirkuit Euler
	4.2. Lintasan dan Sirkuit Hamilton
	4.3. Masalah Lintasan Terpendek
5. Pohon	5.1. Pohon Rentang (<i>Spanning Tree</i>)
	5.2. Pohon Berakar
	5.3. Pohon Jumlah
	5.4. Pohon Jumlah Minimal
	5.5. Pohon Biner
6. Graf Planar	6.1. Pengertian Graf planar
	6.2. Aplikasi Graf Planar
	6.3. Formula Euler
	6.4. Teorema Kuratowski
7. Pewarnaan Graf	7.1. Pengertian Pewarnaan Graf
	7.2. Aplikasi Pewarnaan Graf

Mengembangkan penalaran mahasiswa mengenai pokok bahasan graf tidak lepas dari pengalaman belajar mereka sebelumnya (Nasution & Lubis,

2017). Artinya, kemampuan awal mahasiswa pada saat awal pembelajaran sangat berperan aktif dalam perkembangan penalaran mereka. Hal ini sejalan dengan hasil studi yang dilakukan oleh Widayat dkk (2019) yang mengemukakan bahwa salah satu faktor yang sangat mungkin mempengaruhi prestasi mahasiswa dalam pembelajaran adalah kemampuan awal mahasiswa itu sendiri. Oleh karena itu, mengetahui kemampuan awal (*starting point*) mahasiswa dan menumbuhkembangkan kemampuan bernalar mereka dipandang sebagai suatu hal yang sangat penting dilakukan oleh dosen ketika melaksanakan aktivitas pembelajaran di kelas (Nasution & Lubis, 2017).

Menurut Sutrisno (1993) mengemukakan bahwa kemampuan awal (*starting point*) mengidentifikasi pengetahuan alam dan keterampilan yang relevan termasuk di dalamnya lain-lain latar belakang informasi karakteristik peserta didik yang telah ia miliki pada saat akan memulai mengikuti suatu program pengajaran. Di samping itu, Sumantri (2015), kemampuan awal belajar dapat dikatakan sebagai pengetahuan ataupun keterampilan yang telah dimiliki oleh mahasiswa sehingga mereka dapat mengikuti proses belajar matematika dengan baik, termasuk mata kuliah matematika diskrit.

Dalam informasi tentang kemampuan awal mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan (Nasution & Lukito, 2015; Nasution dkk., 2014), dapat membantu dosen dalam mendesain aktivitas pembelajaran yang dapat mendukung kemampuan mahasiswa dalam belajar mata kuliah matematika

diskrit. Untuk itu, penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mengeksplorasi secara deskriptif mengenai kemampuan awal penalaran mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan tentang graf di Jurusan Matematika, Universitas Negeri Medan.

Berdasarkan latar belakang penelitian di atas, maka rumusan masalah yang dibahas dalam penelitian ini adalah “Bagaimana kemampuan bernalar matematika mahasiswa pada pokok bahasan graf pada mata kuliah matematika diskrit di Program Studi Pendidikan matematika Universitas Negeri Medan?”

METODE PENELITIAN

Subjek Penelitian

Berdasarkan kurikulum di perguruan tinggi, mahasiswa akan menerima materi pembelajaran secara formal mengenai matematika tingkat lanjut ketika mereka duduk di Perguruan Tinggi (Kementrian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi, 2017), termasuk matematika diskrit. Oleh karena itu, penelitian ini dilaksanakan di jurusan matematika, Universitas Negeri Medan, yang terletak di kota Medan. Selama melaksanakan penelitian ini, 45 orang mahasiswa semester IV Program Studi Pendidikan Matematika yang mengambil mata kuliah matematika diskrit dilibatkan sebagai subjek penelitian. Di samping itu, dosen yang mengimplementasikan penelitian ini juga diikutsertakan.

Pengambilan Data

Untuk mendapatkan data mengenai bagaimana mahasiswa menyelesaikan permasalahan tentang graf, pengam-

bilan data dilakukan dengan berbagai cara yang dalam hal ini disebut “*Data Triangulation*” (Bakker & Van Eerde, 2013; Nasution & Lukito, 2015). Artinya, data diperoleh melalui rekaman video, lembar kerja (*students’ worksheet*), wawancara (*interview*) dengan mahasiswa, dan catatan lapangan (*field note*). Dalam penelitian ini, rekaman video berperan penting untuk merekam proses wawancara dan segala aktivitas selama proses belajar dan mengajar berlangsung. Selama kegiatan belajar dan mengajar berjalan, semua pekerjaan dan kegiatan mahasiswa direkam untuk kemudian dianalisis pada tahap *retrospective analysis*.

Setelah dilakukan *pretest*, lembar jawaban siswa dikelompokkan berdasarkan jawaban yang sejenis atau cara menyelesaikan permasalahan yang serupa. Misalnya, jawaban mahasiswa dengan menyelesaikan secara deskriptif (*word description*) ataupun kesalahan yang sama. Setelah jawaban dikelompokkan, kegiatan selanjutnya adalah melakukan *interview* dengan mahasiswa berdasarkan hasil *pretest* yang diperoleh.

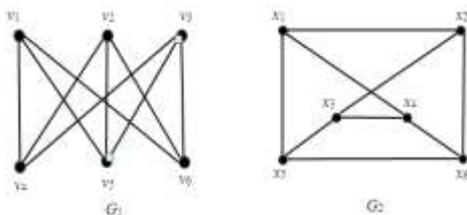
Untuk mendapatkan data tentang bagaimana mahasiswa menyelesaikan permasalahan graf, wawancara (*interview*) dilakukan kepada mahasiswa secara langsung. Dalam studi melakukan awal ini, *interview* dilakukan pada dasarnya dengan tujuan untuk mendapatkan informasi bagaimana mahasiswa menyelesaikan permasalahan graf. Dalam hal ini, wawancara tidak dilakukan terhadap semua mahasiswa; akan tetapi proses wawancara dilakukan terhadap sebagian mahasiswa yang jawaban mereka perlu dieksplorasi lebih

lanjut. Misalnya mahasiswa menggunakan gambar ataupun tabel dalam menyelesaikan masalah yang disajikan. Mereka diminta untuk menjelaskan langkah-langkah pemecahan yang dilakukan dan bagaimana mereka mendapatkan atau menarik kesimpulan untuk menentukan solusi dari permasalahan graf tersebut. Sedangkan catatan lapangan (*field note*) digunakan untuk mendapatkan informasi tentang aktivitas mahasiswa yang tidak dapat direkam oleh kamera.

Permasalahan

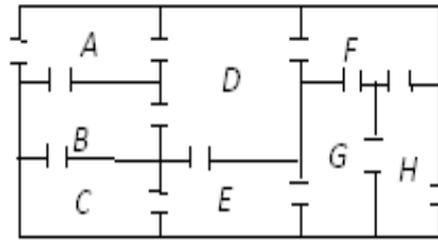
Pada waktu pelaksanaan *pretest*, mahasiswa disajikan tiga buah pertanyaan yang berkaitan dengan graf. Pertanyaan-pertanyaan tersebut didesain dengan tujuan mendapatkan data mengenai bagaimana mahasiswa menggunakan kemampuan awal penalaran mereka dalam memecahkan masalah graf. Mahasiswa diminta untuk menyelesaikan pertanyaan-pertanyaan di bawah ini.

1. Diberikan sebuah graf G yang merupakan graf komplit dengan 28 sisi. Menurut pendapat kamu, berapakah banyaknya titik (*simpul*) di G !
2. Perhatikan gambar di bawah ini!



Menurut pendapat kamu, apakah kedua *graph* berikut ini saling isomorfis? jelaskan!

3. Diberikan denah suatu rumah sebagai berikut.



Berapa banyak cara seseorang untuk memasuki rumah dari ruang A, melewati setiap ruang tepat satu kali dan keluar rumah dari ruang H?

Alternatif Penyelesaian

Permasalahan Pertama

Permasalahan ini didesain untuk mengetahui kemampuan awal penalaran mahasiswa tentang graf, khususnya aplikasi graf komplit. Di sini, mahasiswa diberikan permasalahan untuk menentukan banyaknya simpul yang ada jika sebuah graf komplit memiliki sisi sebanyak 28 buah.

Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, mahasiswa harus mengerti pengertian dari graf komplit. Karena graf komplit merupakan graf sederhana dimana setiap simpul saling berdekatan, maka banyaknya jalur dapat ditentukan dengan menggunakan deret barisan.

$$(n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + (n - 4) + (n - 5) + (n - 6) + (n - 7) + (n - 8) =$$

Jumlah Simpul

$$8n - 36 = 28$$

$$8n = 28 + 36$$

$$8n = 64$$

$$n = 8$$

Maka, graf komplit yang sisinya berjumlah 28 buah memiliki 8 simpul.

Permasalahan Kedua

Pertanyaan ini disajikan kepada mahasiswa dengan tujuan untuk menguji

kemampuan awal penalaran mahasiswa mengenai graf dan sifat-sifat isomorfis dua buah graf. Dalam hal ini, pertanyaan ini ditujukan untuk mendapatkan informasi mengenai apakah mahasiswa telah memiliki pemahaman tentang topik tersebut atau tidak.

Untuk menjawab pertanyaan ini, mahasiswa dapat memulainya dari definisi dari graf dan isomorfis dua buah graf. Graf merupakan struktur diskrit yang terdiri atas simpul dan sisi yang menghubungkan simpul-simpul tersebut (Rosen, 2012). Sedangkan dua buah graf dikatakan isomorfik jika terdapat fungsi onto satu-satu f dari V_1 ke V_2 dengan sifat bahwa a dan b berdekatan pada graf pertama (G_1), jika dan hanya jika $f(a)$ dan $f(b)$ juga berdekatan di graf kedua (G_2), untuk semua a dan b di V_1 (Lubis dkk, 2017).

Kedua graf di atas adalah dua buah graf yang isomorfik. Untuk mengetahui keisomorfikan kedua graf tersebut, pekerjaan pertama adalah memetakan setiap simpul pada graf G_1 ke graf G_2 , sedemikian sehingga simpul-simpul yang berdekatan pada graf G_1 maka petanya juga berdekatan di G_2 . Pemetaan tersebut didefinisikan dengan $f(v_1) = x_1$, $f(v_2) = x_3$, $f(v_3) = x_6$, $f(v_4) = x_2$, $f(v_5) = x_4$, $f(v_6) = x_5$. Hasil pemetaan tersebut dapat diuraikan sebagai berikut.

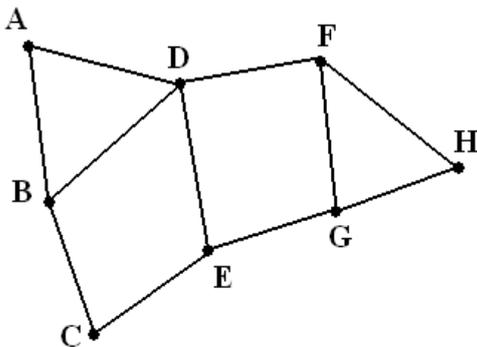
1. Simpul v_1 berdekatan dengan simpul-simpul v_4 , v_5 , dan v_6 pada graf G_1 , maka x_1 berdekatan dengan x_2 , x_4 , dan x_5 (petanya juga saling berdekatan) di graf G_2 .
2. Simpul v_2 berdekatan dengan simpul-simpul v_4 , v_5 , dan v_6 pada graf G_1 , maka x_3 berdekatan dengan x_2 , x_4 , dan x_5 di graf G_2 .
3. Simpul v_3 berdekatan dengan simpul-simpul v_4 , v_5 , dan v_6 pada graf G_1 , maka x_6 berdekatan dengan x_2 , x_4 , dan x_5 di graf G_2 .
4. Simpul v_4 berdekatan dengan simpul-simpul v_1 , v_2 , dan v_3 pada graf G_1 , maka x_2 berdekatan dengan x_1 , x_3 , dan x_6 di graf G_2 .
5. Simpul v_5 berdekatan dengan simpul-simpul v_1 , v_2 , dan v_3 pada graf G_1 , maka x_4 berdekatan dengan x_1 , x_3 , dan x_6 di graf G_2 .
6. Simpul v_6 berdekatan dengan simpul-simpul v_1 , v_2 , dan v_3 pada graf G_1 , maka x_5 berdekatan dengan x_1 , x_3 , dan x_6 di graf G_2 .

Berdasarkan penjelasan di atas, dapat dilihat bahwa terdapat terdapat fungsi onto satu-satu f dari V_1 ke V_2 dengan sifat bahwa a dan b berdekatan pada graf pertama (G_1), jika dan hanya jika $f(a)$ dan $f(b)$ juga berdekatan di graf kedua (G_2), untuk semua a dan b di V_1 . Artinya, graf G_1 dan G_2 merupakan dua buah graf yang isomorfik.

Permasalahan Ketiga

Persoalan yang ketiga desain untuk mengungkap kemampuan awal penalaran mahasiswa tentang pokok bahasan lintasan Hamilton. Dalam menyelesaikan pertanyaan yang ketiga ini, mahasiswa cukup mencari berapa banyak jalur dari ruangan A ke ruangan H dimana setiap pintu dilewati hanya satu kali. Defenisi yang terkait dengan permasalahan ini adalah defenisi dari lintasan Hamilton. Lubis dkk (2017) mengemukakan bahwa lintasan Hamilton merupakan lintasan sederhana pada suatu graf G yang melewati setiap simpul tepat satu kali. Akan tetapi, mahasiswa

pertama-tama harus merepresentasikan bentuk denah rumah tersebut menjadi sebuah graf. Gambar 1 memperlihatkan graf yang direpresentasikan oleh gambar soal nomor 3.



Gambar 1. Graf Representasi Soal Nomor 3

Untuk menemukan banyaknya lintasan yang dapat dibuat dari ruangan A menuju ruangan H di mana setiap ruangan hanya dilewati tepat satu kali, mahasiswa setidaknya dapat melakukannya dengan menggunakan metode coba-coba (*Trial and Error*).

Cara ini sangatlah mungkin dilakukan mahasiswa jika mereka belum ada pengetahuan tentang graf. Akan tetapi, mereka harus dapat merepresentasikan masalah (*problem situation*) ke dalam bentuk representasinya. Jika hal tersebut dilakukan, maka mereka akan menemukan bahwa hanya 2 cara yang dapat dilakukan dari ruang A menuju ruang H dengan melalui setiap ruangan hanya satu kali, yaitu, A, B, C, E, D, F, G, H dan A, D, B, C, E, G, F, H.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mendapatkan informasi atau jawaban dari rumusan masalah pada penelitian ini mengenai “*Bagaimana kemampuan awal penalaran matematika*

mahasiswa pada pokok bahasan graf pada mata kuliah matematika diskrit di Program Studi Pendidikan matematika Universitas Negeri Medan” kami membuat sebuah tes di awal penelitian ini yang terdiri dari tiga buah permasalahan. Permasalahan tersebut dikembangkan berdasarkan referensi buku-buku matematika diskrit dan kemudian divalidasi oleh tiga orang pakar matematika. Setelah soal dikatakan valid oleh ketiga validator, selanjutnya disajikan kepada 45 orang mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan dalam bentuk *pretest*.

Dari 45 orang mahasiswa yang mengikuti *pretest*, hanya 18 orang (40%) yang dapat menjawab ketiga pertanyaan tersebut tapi dengan penjelasan yang tidak cukup. Sedangkan 22 mahasiswa (60%) yang lainnya mencoba menyelesaikan ketiga pertanyaan tersebut, akan tetapi jawaban mereka masih belum benar.

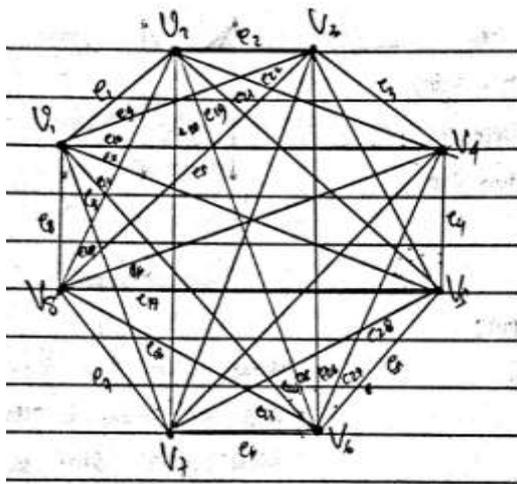
Berdasarkan analisis kemampuan awal ini, penalaran mahasiswa tentang graf dapat dilihat dengan jelas. Dalam hal ini, mahasiswa menggunakan kemampuan serta keterampilan mereka dalam mencari solusi dari setiap permasalahan. Misalnya, bagaimana mahasiswa menyelesaikan setiap permasalahan tertuang dalam Lembar Kerja (LK) mereka. Kemudian, hasil pekerjaan mahasiswa tersebut dianalisis dan dijadikan bahan pertimbangan untuk melakukan wawancara terhadap mahasiswa.

Permasalahan Pertama

Pada pertanyaan pertama ini, 20% dari mahasiswa yang mengikuti *pretest* dapat menentukan berapa banyak simpul

jika sebuah graf komplit yang memiliki 28 buah jalur. Dalam menentukan berapa jumlah simpul tersebut, pada umumnya mahasiswa menyelesaikannya dengan menggunakan gambar (*manipulatives*) dan penjabaran (*word description*).

Beberapa mahasiswa menggunakan gambar, akan tetapi mereka mencoba sampai menemukan gambar yang sesuai untuk menjadi jawaban atas pertanyaan tersebut. Strategi mahasiswa tersebut dapat dilihat dengan jelas pada Gambar 2.



Gambar 2. Strategi dengan Menggunakan Gambar

Gambar 2 mengilustrasikan bagaimana usaha mahasiswa menyelesaikan permasalahan pertama. Berdasarkan hasil pekerjaan di atas dapat dikatakan mahasiswa tersebut sudah memiliki pemahaman dasar mengenai graf.

Dalam mencari solusi dari permasalahan pertama, mahasiswa tersebut membuat delapan buah simpul yang kemudian menamainya dengan $V(G) = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8\}$ dan menamai setiap jalurnya dengan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, \dots, e_{28}\}$. Di sini, jawaban

mahasiswa ini benar bahwa graf komplit tersebut memiliki delapan buah simpul. Akan tetapi, tidak ada penjelasan yang eksplisit mengenai bagaimana dia mendapatkan kedelapan buah simpul tersebut.

Di samping itu, mahasiswa yang lainnya menyelesaikan pertanyaan pertama dengan menggunakan penjabaran (*word description*) seperti yang terlihat di Gambar 3.

Banyak sisi = 28 buah
 Graph komplit: Graph yang semua simpulnya saling terhubung.
 Maka deret digambarkan graph G dengan 28 buah sisi dan 8 buah simpul.

Gambar 3. Strategi dengan Menggunakan Penjabaran

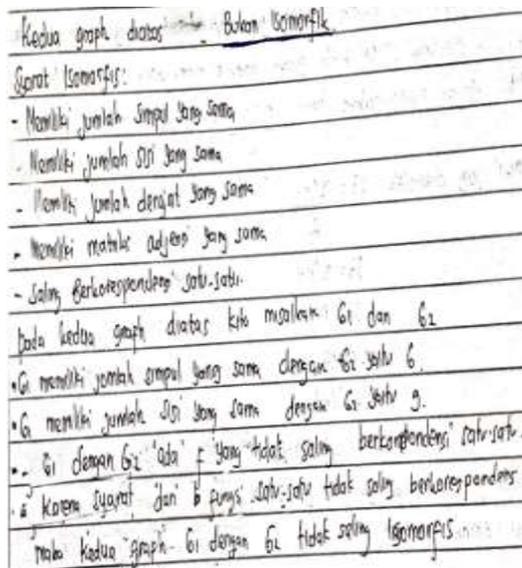
Dari Gambar 3 dapat dilihat bahwa mahasiswa tersebut sudah memiliki pengetahuan dasar (*standing point*) mengenai graf komplit karena ia menuliskan “*graf komplit: graf yang semua simpulnya saling terhubung*”. Akan tetapi, dalam menyelesaikan pertanyaan pertama ini mahasiswa tersebut hanya menuliskan graf G dapat digambarkan dengan 28 sisi dan 8 buah simpul. Hal sama dengan mahasiswa pada Gambar 1. Walaupun jawaban mahasiswa tersebut benar, akan tetapi tidak ada penjelasan yang cukup mengenai bagaimana ia mendapatkan 8 buah simpul tersebut. Untuk mengklarifikasi jawaban tersebut, kami melakukan wawancara dengan mahasiswa.

Dari Gambar 2, Gambar 3, dan hasil wawancara, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa sudah ada pemahaman tentang graf, akan tetapi mereka masih sulit mengungkapkan “mengapa”

mereka bisa mendapatkan hasil seperti itu dan “bagaimana” cara mereka mendapatkannya. Hal tersebut dapat dilihat dari hasil pekerjaan mereka, yaitu tidak ada penjelasan yang mendalam mengenai jawaban yang mereka dapatkan.

Permasalahan Kedua

Dari 45 orang mahasiswa yang mengikuti tes kemampuan awal ini, pada umumnya mahasiswa tidak dapat menentukan apakah kedua graf tersebut isomorfis atau tidak dan hanya lima orang mahasiswa yang dapat menentukan keisomorfisan dua buah graf, akan tetapi tidak dengan alasan yang memadai. Walaupun mahasiswa tersebut dapat menentukan apakah kedua graf tersebut isomorfik, akan tetapi alasan mereka tidak cukup membuktikan bahwa mereka memiliki pemahaman yang baik mengenai topik ini (lihat Gambar 4).

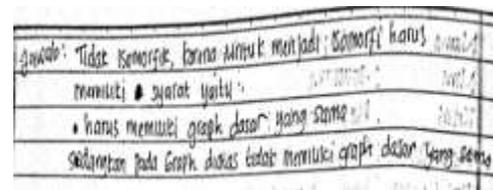


Gambar 4. Jawaban Mahasiswa dengan Penjabaran (Word Description)

Pada Gambar 4 dapat dilihat bahwa mahasiswa tersebut mencoba menjawab pertanyaan kedua dengan penjabaran kata-kata. Dalam hal ini, dia mencoba untuk mengorelasikannya dengan defenisi isomorfis.

Langkah yang dilakukan mahasiswa ini sudah memenuhi syarat. Akan tetapi, jawaban yang disajikan belum benar. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tersebut belum memiliki pemahaman dan penalaran yang baik terhadap defenisi dari graf, terutama tentang keisomorfisan dua buah graf.

Dalam hal yang lain, kami menemukan juga ada mahasiswa yang menjawab pertanyaan dengan salah dan penjelasan yang tidak benar. Contoh dari kasus ini dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Miskonsepsi Mahasiswa Mengenai Graf

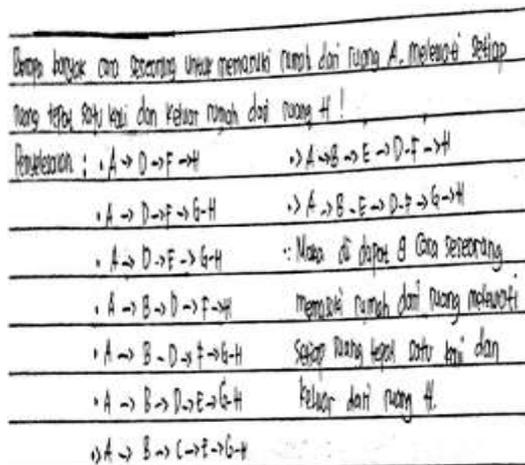
Pada Gambar 5, dapat dilihat bahwa jawaban mahasiswa tersebut tidak benar dengan mengatakan bahwa kedua graf tidak isomorfik. Alasannya mahasiswa tersebut mengatakan bahwa kedua graf tidak isomorfik adalah kedua graf itu tidak memiliki graf dasar yang sama. Alasan tersebut bukanlah merupakan penentu bahwa dua buah graf dikatakan isomorfik.

Dari Gambar 4 dan Gambar 5, dapat disimpulkan bahwa contoh hasil kerja mahasiswa menunjukkan mereka belum memiliki pemahaman yang baik mengenai graf, khususnya sifat isomor-

fisme dari graf tersebut. Mereka sudah memiliki langkah awal yang baik, yaitu berusaha menyingkronisasikan antara permasalahan dengan defenisi yang valid. Hal ini dapat diartikan bahwa kesalahan pada jawaban mahasiswa dikarenakan interpretasi dan penalaran yang kurang baik mengenai defenisi isomorfisme graf.

Permasalahan Ketiga

Dalam menyelesaikan pertanyaan yang ketiga ini, hampir seluruh mahasiswa tidak bisa memberikan jawaban yang benar. Dalam hal ini, masih banyak terdapat kesalahan dalam menjawabnya. Contoh pekerjaan mahasiswa untuk menjawab pertanyaan ketiga ini dapat dilihat pada Gambar 6 dan Gambar 7.



Gambar 6. Startegi Mahasiswa dengan Metode Mendaftar (Listing)

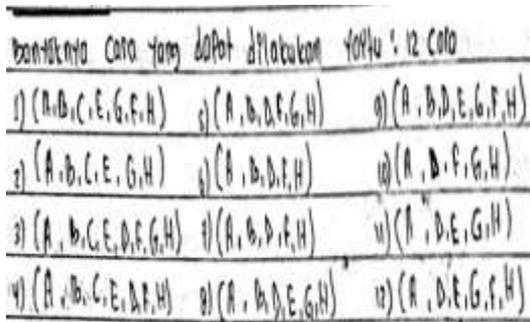
Pada Gambar 6, dapat kita lihat bahwa mahasiswa mencoba menyelesaikan masalah tersebut dengan menggunakan metode mendaftar. Dalam hal ini, mendaftar yang dimaksudkan adalah menuliskan segala kemungkinan-kemungkinan jalur yang dapat terjadi di

mana diawali dari ruangan A dan berakhir di ruangan H dimana setiap ruangan hanya dilewati tepat satu kali.

Jika kita melakukan refleksi terhadap hasil kerja mahasiswa seperti yang ada pada Gambar 6, kita dapat melihat bahwa dengan jelas bahwa mahasiswa tersebut hanya mendaftar semua kemungkinan yang dapat dilakukan untuk menunjukkan bahwa ada 12 cara yang dapat ditempuh untuk melakukan perjalanan dari ruangan A sampai ruangan H. Akan tetapi, mahasiswa tersebut tidak menyadari bahwa setiap ruangan pada denah tersebut harus dilewati tepat satu kali. Oleh karena kejadian tersebut, maka dia mendapatkan bahwa terdapat 12 cara. Dalam hal ini, mahasiswa tersebut salah menerima atau menginterpretasikan informasi yang disajikan di dalam soal. Dia tidak memperhatikan kondisi atau restriksi yang terdapat pada soal.

Di samping itu, hal yang sama dilakukan oleh mahasiswa yang terlihat pada Gambar 7. Mahasiswa tersebut melakukan strategi yang sama dengan mahasiswa pada Gambar 6, yaitu cara mendaftar. Di sini, dia mendaftarkan semua kemungkinan-kemungkinan jalur yang dapat ditempuh oleh seseorang dimana berangkat dari ruangan A menuju ruangan H di mana setiap ruangan pada denah tersebut harus dilewati tepat satu kali. Dalam pekerjaan pada Gambar 7, terlihat bahwa mahasiswa tersebut mendapatkan 12 cara dengan cara menuliskan jalur yang dapat dibentuk, seperti A, B, C, E, G, F, H. Pada contoh tersebut terlihat jelas bahwa ada ruangan yang tidak dilewati tepat satu kali, yaitu ruangan D. Oleh karena

itu, hal yang mungkin melatarbelakangi kesenjangan ini adalah kesalahan menerjemahkan informasi yang disediakan oleh soal.



Gambar 7. Strategi Mahasiswa dengan Metode Mendaftar (*Listing*)

Untuk menjawab rumusan masalah yang telah dipaparkan di atas pada penelitian ini, kami menggunakan analisis dari pengumpulan data, seperti lembar kerja mahasiswa (*student's written work*) dan wawancara (*interview*). Artinya data mengenai kemampuan penalaran mahasiswa dapat diperoleh berdasarkan hasil pekerjaan dan juga tanya jawab secara langsung dengan mahasiswa tersebut.

Pada pembahasan pekerjaan tertulis mahasiswa, kami mendapatkan bahwa ketiga pertanyaan yang disajikan membuat mahasiswa dapat bernalar dengan menggunakan kata-kata mereka sendiri (diilustrasikan pada Gambar 3, Gambar 4, dan Gambar 5). Pada analisis tersebut diperoleh bahwa strategi-strategi yang umumnya dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan masalah graf pada mata kuliah matematika diskrit adalah penggunaan gambar (*drawing picture*), penjabaran kata-kata (*word description*), dan mendaftar (*listing*).

Pertama, mereka mencoba sampai menemukan gambar yang sesuai untuk menjadi jawaban atas pertanyaan tersebut. Strategi mahasiswa seperti dapat dilihat dengan jelas pada Gambar 2. Pada Gambar 2 di atas, dapat dilihat dengan jelas, bahwa mahasiswa tersebut sudah memiliki pemahaman dasar mengenai graf. Dalam hal mahasiswa tersebut membuat delapan buah simpul yang kemudian menamainya dengan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$ dan menamai setiap jalurnya dengan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, \dots, e_{28}\}$. Dalam hal ini, jawaban mahasiswa tersebut benar bahwa graf komplit tersebut memiliki delapan buah simpul. Akan tetapi, tidak diketahui dengan jelas bagaimana dia mendapatkan kedelapan buah simpul tersebut karena tidak ada penjelasan yang eksplisit.

Di samping itu, mahasiswa yang lainnya menyelesaikan pertanyaan pertama dengan menggunakan penjabaran (*word description*) seperti yang terlihat di Gambar 3, 4, dan 5. Dari Gambar 3, dapat dilihat dengan jelas bahwa mahasiswa tersebut sudah memiliki dasar mengenai graf komplit karena ia menuliskan "*graf komplit: graf yang semua simpulnya saling terhubung*". Akan tetapi, dalam menyelesaikan pertanyaan pertama ini mahasiswa tersebut hanya menuliskan graf G dapat digambarkan dengan 28 sisi dan 8 buah simpul. Hal sama dengan mahasiswa pada Gambar 1. Walaupun jawaban benar, akan tetapi tidak ada penjelasan yang cukup mengenai bagaimana ia mendapatkan 8 buah simpul tersebut.

Pada Gambar 4, dapat dilihat dengan jelas bahwa mahasiswa ini

mencoba menjawab pertanyaan kedua dengan penjabaran kata-kata. Dalam hal ini, dia mencoba untuk mengorelasikannya dengan defenisi isomorfis. Langkah yang dilakukan mahasiswa ini sudah memenuhi syarat. Akan tetapi, jawaban yang disajikan belum benar. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tersebut belum memiliki pemahaman dan penalaran yang baik terhadap defenisi dari graf, terutama tentang keisomorfisan dua buah graf.

Dalam hal yang lain, kami menemukan juga ada mahasiswa yang menjawab pertanyaan dengan salah dan penjelasan yang tidak benar. Contoh dari kasus ini dapat dilihat pada Gambar 5. Pada Gambar 5, jawaban mahasiswa tersebut tidak benar dengan mengatakan bahwa kedua graf tidak isomorfik. Alasan mahasiswa tersebut mengatakan bahwa kedua graf tidak isomorfik adalah kedua graf itu tidak memiliki graf dasar yang sama. Alasan tersebut bukanlah merupakan penentu bahwa dua buah graf dikatakan isomorfik.

PENUTUP

Berdasarkan analisis kemampuan awal penalaran mahasiswa dalam menyelesaikan masalah graf pada mata kuliah matematika diskrit, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa memiliki strategi atau cara penyelesaian yang berbeda-beda dalam menyelesaikan masalah graf yang disajikan kepada mereka. Perbedaan cara berpikir mahasiswa-mahasiswa tersebut dapat diartikan bahwa mereka juga memiliki pemahaman yang berbeda terhadap permasalahan yang mereka selesaikan.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa walaupun beberapa mahasiswa dapat menentukan jawaban yang benar; akan tetapi, hal ini tidak merefleksikan bahwa mereka memiliki kemampuan awal penalaran yang baik terhadap masalah yang disajikan. Oleh karena itu, penelitian yang akan datang haruslah terfokus pada bagaimana cara meningkatkan kemampuan dan penalaran mahasiswa dalam belajar graf pada mata kuliah matematika diskrit melalui desain aktivitas pembelajaran di kelas.

Dalam mendesain aktivitas pembelajaran di kelas, mengetahui kemampuan awal mahasiswa merupakan hal yang sangat krusial dilakukan. Hal ini dikarenakan kemampuan mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan dapat tergambar dari pengalaman belajar mereka sebelumnya (Lubis & Nasution, 2017; Nasution dkk, 2014).

Solusi mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika dapat dijadikan awal untuk mengajarkan pokok bahasan yang akan dibahas, seperti graf. Jawaban mahasiswa tersebut dapat digunakan sebagai bahan aktivitas untuk meningkatkan penalaran mereka dengan cara memberikan pertanyaan-pertanyaan lanjutan yang mengarah kepada solusi yang tepat (Widjaya dkk, 2010). Oleh karena itu, diperlukan kemampuan dosen dalam mendesain pembelajaran yang dapat mendukung kemampuan bernalar mahasiswa dalam belajar graf.

Untuk memenuhi tuntutan tersebut, salah satu cara yang dapat dilakukan oleh dosen dalam mendesain pembelajaran di kelas adalah dengan mendekatkan pembelajaran kepada metode

pembelajaran yang konstruktif (Widjaya, 2010; Bustang 2013), seperti pembelajaran kontekstual. Memulai pembelajaran dengan permasalahan yang kontekstual dapat membuat mahasiswa mengenal permasalahan yang sedang mereka selesaikan.

Dengan mendekatkan permasalahan kepada situasi yang kontekstual, mahasiswa dapat membayangkan masalah tersebut dan selanjutnya mereka dapat berargumentasi bagaimana cara menyelesaikan permasalahan itu. Artinya, mahasiswa dapat menjelaskan sesuatu dengan menggunakan kata-kata sendiri jika mereka mengenal dan memahami duduk permasalahan yang diberikan. Beberapa contoh dapat dilihat pada pertanyaan 1 sampai pertanyaan 3 di atas.

DAFTAR PUSTAKA

- Bakker, A., & Van Eerde, D. (2013). *An introduction to designed-based research with an example from statistics education*. The Netherlands: Utrecht University.
- Bustang dkk. (2013). Developing A Local Instruction Theory for Learning The Concept of Angle Through Visual Field Activities and Spatial Representations. *International Education Studies*, 6(8), pp. 58-70.
- Depdiknas. (2006). *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Sekolah Menengah Atas*. Jakarta: Depdiknas.
- Kementrian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi. (2017). *Panduan Ringkas Penyusunan KPT-LPTK*. Jakarta: RISTEK-DIKTI.
- Krantz, S. G. (2009). *Discrete Mathematics*. The United States: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Lee, P.Y. (2004). "What Do We Do with School Geometry". *Conference on Recent Progress in Mathematics Education (CRPME 2004)*, 6-9 September 2004. ITB Bandung.
- Lohman, David F. & Lakin, J. M. (2009). *Reasoning and Intelligence*. New York: Cambridge University Press.
- Lubis, A. dkk. (2016). *Matematika Diskrit*. Medan: Unimed Press.
- Lubis, A. dkk. (2017). *Matematika Diskrit (Edisi Revisi)*. Medan: Unimed Press.
- Lubis, A., Nasution, A. A. (2017). How Do Higher-Education Students Use Their Initial Understanding to Deal with Contextual Logic-Based Problems in Discrete Mathematics?. *International Education Studies*, pp. 72-86.
- Mikrayanti. (2016). Meningkatkan Penalaran Matematis Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Suska Journal of Mathematics Education*, pp. 97-102.
- Nasution, A. A. & Lukito, A. (2015). Developing Students' Proportional Reasoning through Informal Way. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 38(1), 77-101.
- Nasution, A. A. dkk. (2014). Educational Design Research: Supporting Fifth-Grade Students To Learn About Proportion. *The 2nd SEA-DR*, pp. 43-51.
- Rosen, K. H. (2012). *Discrete Mathematics and Its Applications (7th edition)*. New York: McGraw-Hill.

- Sa'adah, W. N. (2010). *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VIII SMP Negeri 3 Banguntapan dalam Pembelajaran Matematika Melalui Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)*. Jogjakarta: Universitas Negeri Jogjakarta.
- Sopamena, P. (2012). Analisis Kemampuan Reasoning Mahasiswa Pendidikan Matematika IAIN Ambon Dalam Menyelesaikan Masalah Geometri. *Horizon Pendidikan*, vol. 7, Nomor 1.
- Sumantri, M. S. (2015). *Strategi Pembelajaran Teori dan Praktik di Tingkat Pendidikan Dasar*. Jakarta: Raja Grafindo Persada.
- Supianti, I-I & Sari, N.M. (2016). Pembelajaran Matematika Dengan Strategi Abduktif-Deduktif Untuk Meningkatkan Advanced Mathematical Thinking Mahasiswa. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Siliwangi*, pp. 107-114.
- Suriasumantri, J. S. (1999). *Filsafat Ilmu: Sebuah Pengantar Populer*. Jakarta: Pustaka Sinar Harapan.
- Susanna (2010). *Discrete Mathematics With Applications (Fourth Edition)*. Canada: Richard Stratton.
- Sutrisno. (1993). *Metodologi Research*. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.
- Widayat, E. dkk. (2019). Pengaruh Kemampuan Awal dan Motivasi Belajar Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FKIP UNITOMO terhadap Indeks Prestasi (IP) Ditinjau dari Asal Daerah. *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 4(2), pp. 147-162.
- Widjaya, W., Dolk M., Fauzan A. (2010). The Role of Context and Teacher's Questioning To Enhance Students' Thinking. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 33(2), pp. 168-186.
- Wijaya, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, 11(3), 555-584.