

## The Ability of Proof Using Mathematics Induction Through Cooperative Learning Type Team Assisted Individualization

\*Wulan Izzatul Himmah

\*IAIN Salatiga

[\\*astridchandra05@unugiri.ac.id](mailto:astridchandra05@unugiri.ac.id)

*Received: May 2022. Accepted: June 2022. Published: July 2022.*

### ABSTRACT

*The ability to prove is one of the skills that need to be mastered by pre-service mathematics teachers. One method of proof in mathematics is using mathematical induction. However, from previous research, it is known that they still make common mistakes when proving using mathematical induction. This study aims to determine the difference in increasing the ability to prove using mathematical induction between pre-service teacher Mathematics Education program in IAIN Salatiga who study with cooperative learning type Team Assisted Individualization (TAI) and who receive conventional learning and to determine the size effect of the application of cooperative learning type TAI towards pre-service teachers' ability to prove using mathematical induction. This research is a quasi-experimental study with a nonequivalent control group design. The population in this study were 107 pre-service mathematics teachers of the Mathematics Education Program of IAIN Salatiga who were taking the Set Logic course. Sampling used the purposive sampling technique and selected class A as the experimental class and class C as the control class. The instrument in this study used essay test questions. Data were analyzed using an independent sample t-test to determine the difference in the average N-Gain of the two sample groups. The results showed the difference in increasing the ability to prove using mathematical induction between a pre-service teacher who received learning through cooperative learning type TAI and a pre-service teacher who received conventional learning. In addition, the size effect of the application of cooperative learning type TAI toward the ability to prove using mathematical induction is categorized as medium.*

**Keywords:** *Team Assisted Individualization, Mathematical Proof, Mathematical Induction.*

**How to Cite:** Himmah, W. (2022). The Ability of Proof Using Mathematics Induction Through Cooperative Learning Type Team Assisted Individualization. *Journal Of Medives : Journal Of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 6(2), 19-27.

## PENDAHULUAN

Dalam rangka mewujudkan visi Program Studi Tadris Matematika IAIN Salatiga yakni “Mewujudkan Program Studi yang Unggul dan Inovatif dalam Bidang Pendidikan Matematika Berbasis pada Nilai Keislaman dan Keindonesiaan pada Tahun 2030”, maka Program Studi Tadris Matematika IAIN Salatiga berupaya untuk menghasilkan Pendidik Matematika yang unggul dan inovatif berbasis pada nilai keislaman dan keindonesiaan serta memiliki empat kompetensi guru, salah satunya kompetensi profesional. Salah satu cara menghasilkan Pendidik Matematika yang memiliki kompetensi profesional adalah melalui pelaksanaan pembelajaran yang tepat sehingga diharapkan mahasiswa sebagai calon guru Matematika menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan matematika.

Dalam mempelajari matematika, mahasiswa calon guru matematika membutuhkan kemampuan-kemampuan matematis, diantaranya adalah kemampuan pembuktian matematika. Matematika dibangun atas dasar logika matematika yang merangkaikan antarkata dan kalimat yang sebagian besar merupakan pernyataan. Pernyataan-pernyataan yang terbentuk baru dapat diakui kebenarannya apabila telah dibuktikan (Sumardiyono, 2018). Bukti merupakan pusat penyelidikan matematika dimana bukti merupakan argumen logis yang memperlihatkan kebenaran dari suatu pernyataan. Argumen berasal dari premis pernyataan, teorema, definisi, dan postulat lain dari sistem matematika yang sesuai dengan pernyataan yang akan dibuktikan. Setiap langkah dalam argumen dibenarkan oleh atau merupakan justifikasi dari langkah sebelumnya (Cuoco et al., 2003; Junizon, 2019). Bukti matematis merupakan

mutlak, yang diartikan bahwa sekali suatu teorema terbukti, maka dianggap benar. Namun, selama belum dibuktikan, maka suatu pernyataan tidak akan diterima sebagai pernyataan yang benar (Stefanowicz, 2014). Melalui kegiatan membuktikan, kemampuan berpikir logis dapat terlatih (Hernadi, 2008). Kemampuan pembuktian matematis merupakan kemampuan yang termasuk ke dalam kemampuan penalaran (Herizal, 2020). Melalui pembuktian matematis, kita dapat belajar bagaimana bernalar secara logis dan menerapkannya pada bidang lain (Grabiner, 2012). Pembuktian sangat penting bagi ilmu matematika dan berpotensi mendukung pembelajaran yang mendalam (Otten et al., 2021).

Terdapat beberapa alasan seseorang melakukan pembuktian, diantaranya: (1) *To establish a fact with certainty*; (2) *To gain understanding*; (3) *To communicate an ideas to other*; (4) *For the challenge*; (5) *To create something beautiful*; dan (6) *To construct a larger mathematical theory* (Stefanowicz, 2014). Teknik pembuktian matematika yang dapat digunakan salah satunya adalah pembuktian dengan induksi matematika (Ferry, 2010; Hernadi, 2008; *Mathematical Proof Techniques*, 2016; Stefanowicz, 2014). Induksi matematika adalah teknik pembuktian yang baku dalam matematika yang hanya menyangkut bilangan bulat. Terdapat beberapa jenis induksi matematika, diantaranya prinsip induksi sederhana, prinsip induksi yang dirampatkan, dan prinsip induksi kuat.

Prinsip induksi matematika sederhana berbunyi: “Misalkan  $P(n)$  adalah proposisi tentang bilangan bulat dan kita ingin membuktikan bahwa  $P(n)$  benar untuk semua bilangan bulat positif  $n$ . Untuk membuktikan proposisi ini, perlu menunjukkan bahwa: (1)  $P(1)$  benar, dan (2) Jika  $P(n)$  benar, maka

$P(n+1)$  juga benar untuk setiap  $n \geq 1$ . Sehingga  $P(n)$  benar untuk semua bilangan bulat positif  $n$ .

Langkah pertama disebut sebagai basis induksi dan langkah kedua disebut sebagai langkah induksi. Basis induksi digunakan untuk menunjukkan bahwa pernyataan tersebut benar apabila  $n$  diganti dengan 1, yang merupakan bilangan bulat positif terkecil. Langkah kedua yaitu langkah induksi berisi asumsi/andaian yang menyatakan bahwa  $P(n)$  benar. Asumsi tersebut disebut sebagai hipotesis induksi. Selanjutnya harus diperlihatkan bahwa  $P(n) \rightarrow P(n+1)$  benar untuk setiap bilangan bulat positif. Hal ini dibuktikan dengan memperlihatkan bahwa berdasarkan hipotesis  $P(n)$  benar maka  $P(n+1)$  juga harus benar. Apabila sudah dapat ditunjukkan kedua langkah tersebut benar, maka sudah dibuktikan bahwa  $P(n)$  benar untuk semua bilangan bulat positif  $n$ . Hal yang perlu diingat bahwa dalam induksi matematika, tidak mengasumsikan bahwa  $P(n)$  benar untuk semua bilangan bulat positif, namun hanya memperlihatkan bahwa jika diasumsikan  $P(n)$  benar, maka  $P(n+1)$  juga benar untuk setiap  $n$  positif (Munir, 2010).

Berdasarkan pengalaman peneliti dalam mengajar mengenai pembuktian matematika menggunakan induksi matematika, kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian, khususnya menggunakan induksi matematika masih rendah dan banyaknya kesalahan yang dilakukan mahasiswa. Kesalahan yang dilakukan mahasiswa di tahun 2015 sampai 2018 dalam pembuktian matematika menggunakan induksi matematika sederhana antara lain pada *basic step*, *induction step*, memanipulasi bentuk aljabar, serta dalam membuat kesimpulan. Kesalahan pada *basic step*, beberapa mahasiswa melewati

pembuktian untuk  $n=1$  dan beberapa mahasiswa lain mengganti  $n$  dengan bilangan pertama dari pernyataan yang diberikan. Kesalahan umum yang dilakukan mahasiswa pada *induction step* adalah tidak membuat hipotesis induksi. Selain itu, pada pembuktian untuk  $P(k+1)$  langkah mahasiswa banyak yang terhenti pada saat memanipulasi aljabar. Kemampuan pembuktian matematika sangatlah penting. Oleh karena itu perlu adanya usaha dari dosen untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam pembuktian matematika menggunakan induksi matematika, salah satunya dalam proses pembelajaran melalui penerapan pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI).

Pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) merupakan penggabungan antara pembelajaran kooperatif dengan pengajaran individual untuk mengakomodasi kebutuhan sosial dan akademik pada peserta didik. Gagasan di balik penggunaan pengajaran individual pada dasarnya untuk memenuhi kebutuhan pengajaran yang berbeda dengan memperlakukan semua peserta didik sebagai seseorang yang “spesial” dalam arti bahwa semua peserta didik memiliki kelebihan dan kelemahan yang unik yang harus ditangani dengan strategi pembelajaran yang sesuai, sedangkan dalam pembelajaran kooperatif melibatkan peserta didik belajar dalam kelompok yang memiliki berbagai tingkat kemampuan/campuran dan *reward* diberikan berdasarkan kinerja kelompok. Penggunaan pembelajaran kooperatif menurut berbagai penelitian dapat meningkatkan prestasi peserta didik, memecahkan hambatan-hambatan bersama dan terdapat interaksi positif pada peserta didik yang berbeda ras dan etnis (Slavin, 1984). Dalam pembelajaran kooperatif

tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) mahasiswa bekerjasama dalam kelompok kecil yang memiliki kemampuan heterogen, melibatkan aktivitas seluruh mahasiswa, serta melibatkan peran mahasiswa sebagai tutor sebaya. Dalam pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) melibatkan pengakuan tim dan tanggung jawab kelompok untuk pembelajaran individu anggota (Suyitno, 2004). Dari hal ini, mahasiswa selain belajar juga akan mengajarkan kepada rekannya karena mahasiswa akan berperan sebagai tutor sebaya. Peran mahasiswa sebagai tutor sebaya akan menuntut mahasiswa untuk belajar lebih mandiri dan berusaha memahami materi secara lebih mendalam karena mahasiswa merasa memiliki tanggung jawab untuk menyebarkan pengetahuannya kepada teman sekelompoknya. Mahasiswa yang dengan kemampuan lebih rendah dalam satu kelompok akan dipandu oleh rekan satu tim sehingga diharapkan akan lebih menguasai materi yang sedang diajarkan.

Pembelajaran pada *Team Assisted Individualization* (TAI) akan meminta peserta didik untuk belajar secara individual di dalam kelompok pembelajaran kooperatif yang heterogen. Terdapat delapan komponen utama dalam pembelajaran *Team Assisted Individualization* (TAI) (Shoimin, 2014; Suyitno, 2004) yaitu sebagai berikut: (1) *Teams*, yaitu pembentukan kelompok heterogen yang terdiri atas 4 sampai 5 peserta didik; (2) *Placement Test*, yakni pemberian *pre-test* kepada peserta didik atau melihat rata-rata nilai harian peserta didik agar diketahui kelemahan peserta didik pada bidang tertentu; (3) *Student Creative*, melaksanakan tugas dalam suatu kelompok dengan menciptakan situasi dimana keberhasilan individu ditentukan atau dipengaruhi oleh

keberhasilan kelompoknya; (4) *Team Study*, yaitu tahapan tindakan belajar yang harus dilaksanakan oleh kelompok dan guru memberikan bantuan secara individual kepada peserta didik yang membutuhkannya; (5) *Teaching Group*, yakni pemberian materi secara singkat dari dosen menjelang pemberian tugas kelompok; (6) *Team Scores and Team Recognition*, yaitu pemberian skor terhadap hasil kerja kelompok dan pemberian kriteria penghargaan terhadap kelompok yang berhasil secara cemerlang dan memberikan dorongan semangat kepada kelompok yang dipandang kurang berhasil dalam menyelesaikan tugas; (7) *Facts Test*, yaitu pelaksanaan tes-tes kecil berdasarkan fakta yang diperoleh peserta didik; dan (8) *Whole-Class Units*, yaitu pemberian materi kembali di akhir waktu pembelajaran dengan strategi pemecahan masalah.

Berdasarkan penelitian Huda, Erwina, dan Isnarto (2018), melalui pembelajaran model *Team Assisted Individualization* (TAI) dapat meningkatkan kemampuan pembuktian induktif siswa kelas XII MIPA 1 SMA N 7 Semarang pada materi induksi matematika. Berdasarkan uraian latar belakang dan kajian teori yang telah dipaparkan, penelitian ini bertujuan untuk: (1) Mengetahui perbedaan peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika pada mahasiswa yang mendapat pembelajaran menggunakan pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) dan pada mahasiswa yang mendapat pembelajaran secara konvensional pada mahasiswa Program Studi Tadris Matematika IAIN Salatiga; dan (2) Mengetahui ukuran efek penggunaan pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) terhadap kemampuan pembuktian

matematika menggunakan induksi matematika pada mahasiswa Program Studi Tadris Matematika IAIN Salatiga.

### METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian dengan pendekatan kuantitatif jenis eksperimen dengan desain *nonequivalent control group design*. Populasi dalam penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Tadris Matematika IAIN Salatiga semester 2 yang sedang menempuh mata kuliah Logika Himpunan sejumlah 107 mahasiswa. Pengambilan sampel menggunakan teknik *purposive sampling* dan terpilih kelas A sebagai kelas eksperimen dengan jumlah peserta 33 mahasiswa dan kelas C sebagai kelas kontrol dengan jumlah peserta sebanyak 30 mahasiswa. Pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan metode tes untuk mengetahui kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika.

Analisis data tahap awal pada penelitian ini adalah penghitungan *N-Gain* dari masing-masing kelompok sampel sehingga diketahui peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika. Adapun perhitungan *N-Gain* menurut Hake (Meltzer, 2005) adalah sebagai berikut:

$$g = \frac{\text{Skor Posttest} - \text{Skor Pretest}}{\text{Skor Maksimum} - \text{Skor Pretest}}$$

Dengan kriteria tingkat *N-Gain* menurut Hake (Wahab et al., 2021):

Tabel 1. Kriteria Tingkat *N-gain*

Rata-rata	Kriteria
$g \leq 0$	Gagal
$0 < g \leq 0,3$	Rendah
$0,3 \leq g \leq 0,7$	Sedang
$g > 0,7$	Tinggi

Analisis tahap akhir terdiri dari uji prasyarat hipotesis dan uji hipotesis. Uji prasyarat hipotesis meliputi uji

normalitas dan uji homogenitas, sedangkan uji hipotesis menggunakan uji *independent sample t-test* untuk mengetahui perbedaan rata-rata *N-Gain*. Uji prasyarat hipotesis dan uji hipotesis menggunakan bantuan *SPSS 24.0 for windows*. Ukuran efek dihitung menggunakan *effect size Cohen's d* (Cohen, 1988):

$$d = \frac{m_a - m_b}{\sigma}$$

dengan:

$d$  = effect size

$m_a$  = rata-rata *N-Gain* kelas eksperimen

$m_b$  = rata-rata *N-Gain* kelas kontrol

$\sigma$  = standar deviasi gabungan

Standar deviasi gabungan dapat dicari dengan rumus:

$$SD_{gab} = \sqrt{\frac{(N_E - 1)SD_E^2 + (N_C - 1)SD_C^2}{N_E + N_C - 2}}$$

Keterangan:

$N_E$  = jumlah mahasiswa kelas eksperimen

$N_C$  = jumlah mahasiswa kelas kontrol

$SD_E$  = standar deviasi kelas eksperimen

$SD_C$  = standar deviasi kelas kontrol

(Cohen, Manion, & Morrison, 2007)

Ukuran efek dikategorikan seperti pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Kategori *Effect Size*

Effect Size	Kategori
0 – 0,20	Sangat rendah
0,21 – 0,50	Rendah
0,51 – 1,00	Sedang
> 1,00	Tinggi

Sumber: (Cohen et al., 2007)

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Data kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika diperoleh dari *pre-test* dan *post-test*. Data hasil *pre-test* dan *post-test* pada kelas kontrol dan kelas eksperimen disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Deskripsi Data *Pre-test* dan *Post-test*

Data <i>Pre-test</i>	Rata-rata <i>pre-test</i>	Rata-rata <i>post-test</i>
Kelas Kontrol	4,40	49,10
Kelas Eksperimen	1,03	61,64

Peningkatan kemampuan pembuktian matematika diperoleh dengan melakukan perhitungan *N-Gain* menurut Hake yang dideskripsikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Deskripsi Data *N-Gain*

Data <i>N-Gain</i>	Mini mum	Maksi mum	Rata-rata	Standar Deviasi
Kelas Kontrol	0,19	0,89	0,47	0,18
Kelas Eksperimen	0,30	0,95	0,61	0,16

Berdasarkan Tabel 4, diketahui bahwa kedua kelas sampel mengalami peningkatan kemampuan pembuktian matematika yang berbeda, dimana peningkatan kemampuan pembuktian matematika di kelas eksperimen lebih tinggi dibandingkan kelas kontrol. Rata-rata *N-Gain* di kelas kontrol adalah 0,47, sedangkan Rata-rata *N-Gain* di kelas eksperimen adalah 0,61, dimana keduanya berada pada kriteria sedang. Meskipun berada pada kriteria yang sama, terdapat selisih *N-Gain* sebesar 0,14, sehingga perlu diuji secara statistik apakah terdapat perbedaan peningkatan diantara kedua kelas tersebut.

Untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan pembuktian matematika antara mahasiswa yang mendapat pembelajaran melalui pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) dengan mahasiswa yang mendapat pembelajaran secara konvensional,

dilakukan uji perbedaan dua rata-rata skor *N-Gain*. Uji perbedaan rata-rata tersebut menggunakan uji *Independent Sample t Test* karena data berdistribusi normal.

Berdasarkan hasil *Output Independent Samples Test* kolom *t-test for Equality of Means* pada baris *equal variances assumed* diperoleh nilai signifikansinya adalah 0,002. Karena signifikansi  $< 0,05$  ( $0,002 < 0,05$ ) maka  $H_0$  ditolak. Jadi dapat disimpulkan bahwa ada perbedaan yang signifikan peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol. Setelah diketahui bahwa terdapat perbedaan yang signifikan, selanjutnya dilihat pada Tabel 4 dan diperoleh rata-rata skor *N-Gain* pada kelas kontrol adalah 0,47 dan diperoleh rata-rata skor *N-Gain* pada kelas eksperimen adalah 0,61. Jadi dapat disimpulkan peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika pada kelas eksperimen lebih baik dibandingkan dengan peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika pada kelas kontrol. Peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan model pembelajaran TAI pernah dilakukan sebelumnya, namun melalui penelitian tindakan kelas. Pada penelitian tersebut, diketahui bahwa melalui pembelajaran kontekstual model TAI dapat meningkatkan kemampuan pembuktian induktif pada siswa setingkat SMA (Huda et al., 2018).

Perbedaan peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika pada kelas eksperimen dan kelas kontrol terjadi karena perbedaan aktivitas selama pembelajaran. Perbedaan kondisi pembelajaran dari kelas eksperimen dan kelas kontrol sangat nyata terlihat.

Penerapan pembelajaran *Team Assisted Individualization* (TAI) memberikan lebih banyak kesempatan kepada dosen untuk mengajar dalam kelompok-kelompok kecil sehingga kesulitan mahasiswa secara individu lebih dapat dideteksi secara keseluruhan dibandingkan pada pembelajaran dengan ekspositori. Kesulitan mahasiswa juga lebih dapat tertangani karena terdapat diskusi dan pertukaran informasi di dalam suatu kelompok. Jadi dalam pembelajaran melalui pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) peran dosen dan anggota kelompok lain sangat mempengaruhi keberhasilan seorang mahasiswa karena selain dosen memberikan penjelasan, anggota kelompok yang lebih mampu akan membantu anggota lain yang mengalami hambatan. Keterlibatan mahasiswa secara aktif dalam pembelajaran sangat terlihat. Dalam pembelajaran dengan pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) mahasiswa berperan sebagai tutor sebaya (Suyitno, 2004). Kondisi serupa juga terjadi pada penelitian Cahyaningsih (2018) bahwa peran setiap anggota kelompok maupun pendidik sangat mempengaruhi hasil belajar peserta didik, karena peserta didik yang sudah memahami materi pembelajaran membantu peserta didik lain yang belum memahami materi tersebut sehingga hasil belajarnya dapat meningkat. Dari situasi pembelajaran terlihat bahwa penerapan model pembelajaran TAI mampu meningkatkan aktivitas mahasiswa selama pembelajaran dalam kelompok seperti diskusi, saling memberikan penjelasan, dan melakukan pengecekan satu sama lain. Dengan adanya peningkatan aktivitas belajar maka semangat belajar juga meningkat serta membuat peserta didik menjadi lebih kreatif, aktif bertukar informasi dan

berakibat dapat meningkatkan penguasaan materi (Hidayati et al., 2016).

Kelebihan lain dari penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) yang terlihat adalah mahasiswa terlihat lebih bersemangat, termotivasi, dan mendapatkan kepercayaan diri dalam menyelesaikan tugas karena akan mendapat bantuan jika merasa mengalami kendala. Mahasiswa tidak takut bertanya kepada anggota kelompok karena merasa memiliki status yang sama. Demikian juga pada mahasiswa yang memiliki kemampuan lebih, mahasiswa bersemangat dan percaya diri saat menjelaskan kepada anggota kelompok yang mengalami hambatan. Dari kondisi tersebut terlihat terbentuk sikap positif mahasiswa dalam belajar. Hal ini sesuai dengan pendapat Slavin (2005) bahwa penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) dapat membentuk sikap positif belajar dalam kelompok yang heterogen karena status yang seajar.

Besar ukuran efek penerapan model pembelajaran TAI terhadap kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika dapat terlihat dari hasil perhitungan *effect size Cohen's d*. Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh rata-rata *N-Gain* kelas eksperimen  $m_a = 0,61$ , rata-rata *N-Gain* kelas kontrol  $m_b = 0,47$  dan standar deviasi gabungan  $\sigma = 0,18$ , sehingga:

$$d = \frac{m_a - m_b}{\sigma} = \frac{0,61 - 0,47}{0,18} = 0,78$$

Berdasarkan perhitungan menggunakan *effect size Cohen's d* diperoleh besarnya ukuran efek adalah 0,78 yang dikategorikan memiliki pengaruh yang sedang. Besar ukuran

efek dikarenakan penggunaan model pembelajaran TAI ini memiliki kategori yang sama dengan penelitian Wijaya et al. (2018) dengan hasil bahwa pembelajaran dengan menerapkan model pembelajaran TAI memberikan pengaruh yang sedang terhadap hasil belajar matematika di tingkat SD. Demikian juga dengan hasil penelitian Yurina et al. (2017) dan Wardah (2020) dengan hasil bahwa penerapan model TAI memberikan kontribusi atau pengaruh terhadap hasil belajar siswa dengan ukuran efek yang digolongkan sedang.

## PENUTUP

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat ditarik simpulan: (1) terdapat perbedaan peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika antara mahasiswa yang mendapat pembelajaran dengan model kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) dengan mahasiswa yang mendapat pembelajaran secara konvensional pada mahasiswa Program Studi Tadris Matematika IAIN Salatiga, dimana rata-rata peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika pada mahasiswa yang mendapat pembelajaran dengan model kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) sebesar 0,61 lebih dari rata-rata peningkatan kemampuan pembuktian matematika menggunakan induksi matematika pada mahasiswa yang mendapat pembelajaran secara konvensional yang sebesar 0,47; (2) ukuran efek penerapan pembelajaran kooperatif tipe *Team Assisted Individualization* (TAI) terhadap kemampuan pembuktian menggunakan induksi matematika mahasiswa sebesar 0,78 dengan kategori sedang.

## DAFTAR PUSTAKA

- Cahyaningsih, U. (2018). Model Pembelajaran Kooperatif tipe TAI (Team Assisted Individualization) untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa pada Mata Pelajaran Matematika. *Jurnal Cakrawala Pendas*, 4(1).
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (6th ed.). Taylor&Francis e-Library.
- Cuoco, A., Manes, M., Levasseur, K., Shteingold, N., & Abrams, J. (2003). *Proof*. Education Development Center, Inc. <http://www2.edc.org/makingmath/mathtools/proof/proof.asp>
- Ferry, D. (2010). *Basic Proof Techniques*. [https://www.cse.wustl.edu/~cytron/547Pages/f14/IntroToProofs\\_Final.pdf](https://www.cse.wustl.edu/~cytron/547Pages/f14/IntroToProofs_Final.pdf)
- Grabiner, J. V. (2012). Why Proof? A Historian's Perspective. In *Proof and Proving in Mathematics Education* (Vol. 15, pp. 369–389). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6\\_20](https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_20)
- Herizal, H. (2020). Faktor yang Memengaruhi Kemampuan Pembuktian Matematis Siswa. *Vygotsky: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 2(1), 33–42. <https://doi.org/10.30736/vj.v2i1.187>
- Hernadi, J. (2008). Metoda Pembuktian dalam Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 1–13. <https://doi.org/10.22342/jpm.2.1.295>
- Hidayati, I., Deswita, H., & Afri, L. E. (2016). Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Teams Assisted Individualization

- (TAI) terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VII SMP N 3 Ujung Batu. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(2).
- Huda, A., Erwina, L., & Isnarto. (2018). Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Induktif Kelas XII SMA N 7 Semarang pada Materi Induksi Matematika Melalui Pembelajaran Model TAI. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, 12–17.
- Junizon, M. (2019). Pengaruh Model Pembelajaran Extended Triad Level ++ Terhadap Kemampuan Pembuktian Teorema Pada Analisis Real Di Universitas Muhammadiyah Bengkulu. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 4(1), 44–52. <https://ejournal.unib.ac.id/index.php/jpmr/article/view/7528/3743>
- Mathematical Proof Techniques*. (2016). OpenDSA Project Contributors. <https://www.ida.liu.se/opendsa/Books/TDDC76S19/html/Proofs.html>
- Meltzer, D. E. (2005). *Normalized Learning Gain: a Key Measure of Student Learning*. [http://www.physicseducation.net/docs/Addendum\\_on\\_normalized\\_gain.pdf](http://www.physicseducation.net/docs/Addendum_on_normalized_gain.pdf)
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit* (3rd ed.). Informatika.
- Otten, S., Wambua, M. M., & Govender, rajendran. (2021). Who Should Learn Proving and Why: An Examination of Secondary Mathematics Teachers' Perspectives. *IEJME: International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3). <https://www.iejme.com/download/who-should-learn-proving-and-why-an-examination-of-secondary-mathematics-teachers-perspectives-11298.pdf>
- Shoimin, A. (2014). 68 *Model Pembelajaran Inovatif dalam Kurikulum 2013*. Ar-Ruzz Media.
- Slavin, R. E. (1984). Team assisted individualization: Cooperative learning and individualized instruction in the mainstreamed classroom. *Remedial and Special Education*, 5(6), 33–42. <https://doi.org/10.1177/074193258400500606>
- Stefanowicz, A. (2014). *Proofs and Mathematical Reasoning*. University of Birmingham. [https://www.cse.wustl.edu/~cytron/547Pages/f14/IntroToProofs\\_Final.pdf](https://www.cse.wustl.edu/~cytron/547Pages/f14/IntroToProofs_Final.pdf)
- Sumardiyono. (2018). Kemampuan Guru dalam Menyusun Bukti Matematis. *Indonesian Digital Journal of Mathematics and Education*, 5(8), 510–522.
- Suyitno, A. (2004). *Dasar-Dasar dan Proses Pembelajaran Matematika I*. UNNES.
- Wahab, A., Junaedi, & Azhar, M. (2021). Efektivitas Pembelajaran Statistika Pendidikan Menggunakan Uji Peningkatan N-Gain di PGMI. *Jurnal Basicedu*, 5(2), 1039–1045. <https://doi.org/https://doi.org/10.31004/basicedu.v5i2.845>
- Wardah. (2020). penerapan Pembelajaran Model Kooperatif Tipe Team-Assisted Individualization di SMP. *Jurnal Pembelajaran Prospektif*, 5(1), 31–40. <https://jurnal.untan.ac.id/index.php/lp3m/article/view/40637/75676585870>
- Wijaya, A. A. P., Margiati, K., & Halidjah, S. (2018). Pengaruh Model Team-Assisted Individualization Terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas V. *JPPK: Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran Khaltulistiwa*, 7(9).

<https://jurnal.untan.ac.id/index.php/jpdpb/article/view/27801/75676578037>

Yurina, W., Melati, H. A., & Hadi, L. (2017). Pengaruh Model Team Assisted Individualization terhadap Hasil Belajar Siswa MAteri KSP di SMA. *JPPK: Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran Khaltulistiwa*, 6(1).

<https://jurnal.untan.ac.id/index.php/jpdpb/article/view/18034/15301>