

Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Induksi Matematika

Siska Firmasari^{1*}, Herri Sulaiman²

^{1,2}Universitas Swadaya Gunung Jati

*siska.fs27@gmail.com

Diterima: Mei 2018. Disetujui: Oktober 2018. Dipublikasikan: Januari 2019.

ABSTRAK

Kemampuan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis tidak sama bergantung dari kategori kognitifnya. Salah satu metode pembuktian matematika adalah induksi matematika yang memerlukan pemahaman konsep secara sistematis. Tujuan penelitian adalah untuk mengetahui kemampuan pembuktian matematis mahasiswa yang memiliki kategori kognitif tinggi dan rendah menggunakan induksi matematika. Subjek penelitian ini adalah empat orang mahasiswa tingkat tiga Program Studi Pendidikan Matematika dengan klasifikasi dua orang mahasiswa memiliki kemampuan kognitif tinggi dan dua mahasiswa berkemampuan rendah. Instrumen penelitian yang digunakan adalah lembar tes materi induksi matematika dan pedoman wawancara. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif yang mendeskripsikan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal terkait induksi matematika disesuaikan dengan kemampuan kognitif tinggi dan rendah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa dengan kategori kognitif tinggi mampu menyelesaikan setiap langkah pembuktian secara benar namun belum sistematis, sedangkan yang berkemampuan kognitif rendah tidak memahami alur pembuktian pada langkah induksi, kekeliruan memahami sifat distributif, dan ketidakteraturan menghubungkan setiap langkah pembuktian. Melalui artikel ini, peneliti berharap dapat menganalisis perlakuan yang tepat pada mahasiswa saat mengajar berbagai materi matematika yang menggunakan prasyarat induksi matematika.

Kata kunci: pembuktian matematis, induksi matematika, kemampuan kognitif.

ABSTRACT

The students' ability to perform mathematical proof is different depending on their cognitive category. One of mathematical proofing is mathematical induction which requires concepts understanding systematically. The purpose of this research is to know the ability of mathematical proof using mathematical induction of high and low cognitive category students. The subjects of this study are four third graders of Mathematics Education Study Program. Two students have high cognitive ability and the others have low cognitive ability. The mathematical induction material test sheet and interview guideline are used as research instruments. This is a descriptive research which describes the mathematical proof ability of students in solving problems related to mathematical induction adjusted with high and low cognitive ability. The results show that students with high cognitive category are able to complete each step of proof correctly but not systematically. At the same time, the students with low cognitive ability are not understand the proof steps at the induction step, the misunderstood the distributive property, and the irregularity connect the proof steps. The researcher expects to analyze the appropriate treatment to the students while teaching mathematical materials using mathematical induction prerequisites.

Keywords: mathematical proof, mathematical induction, cognitive ability.

How to Cite: Firmasari, S. & Sulaiman, H. (2019). Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Induksi Matematika. *Journal Of Medives : Journal Of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 3(1), 1-9.

PENDAHULUAN

Matematika sebagai sebuah ilmu pengetahuan yang menggunakan nalar dan logika dalam memahaminya sangat berkaitan erat dengan meyakini kebenaran dari suatu pernyataan. Keyakinan tersebut tidak secara spontan langsung menjadi sebuah patokan kebenaran melainkan harus dilakukan sebuah pembuktian matematis terlebih dahulu. Pembuktian dalam matematika itu penting karena membuat berpikir secara logis dan sistematis, serta kebenaran dari suatu hipotesis dapat teruji (Tarhadi & Pujiastuti, 2006). Pembuktian matematis adalah membuat sekumpulan argumen yang benar dan terkait secara logis menurut aturan inferensi yang bertujuan untuk memvalidasi kebenaran suatu pernyataan (Kartini, 2015). Pembuktian matematis merupakan pondasi dari matematika dan merupakan bagian yang fundamental, sebuah proposisi matematika bisa dikatakan benar atau salah bergantung pada bagaimana membuktikannya (CadwalladerOlsker, 2011). Pembuktian matematis merupakan sebuah proses yang mencakup argumen dan rangkaian pemikiran matematis. Proses itu akan berbeda untuk perbandingan yang berbeda pula (CadwalladerOlsker, 2011).

Berbagai metoda pembuktian matematis diperkenalkan kepada siswa dan mahasiswa. Salah satu metode pembuktian matematis yang mulai diperkenalkan di jenjang pendidikan menengah kemudian diperdalam di jenjang pendidikan tinggi adalah induksi matematika. Induksi matematika merupakan salah satu teknik atau metode pembuktian dasar dalam

matematika yang harus dipahami sejak awal karena prinsip pembuktian ini akan digunakan pada materi matematika selanjutnya (Hasan, 2016). Induksi matematika (*mathematical induction*) adalah metode pembuktian matematika yang biasa digunakan untuk membuktikan bahwa suatu pernyataan benar untuk semua bilangan asli (Tarhadi & Pujiastuti, 2006). Induksi matematika merupakan pola penalaran pada matematika yang menggunakan prinsip induksi terhadap pernyataan n dengan n berjalan pada himpunan bilangan asli atau pada himpunan bagian bilangan asli (Hernadi, 2008). Induksi matematika adalah metode yang menguraikan tentang pembuktian berbasis pada rekursi, dan digunakan untuk membuktikan dugaan yang mengklaim bahwa pernyataan tertentu benar untuk nilai bilangan bulat positif dari beberapa variabel (Hine, 2017). Untuk memahami pembuktian dengan menggunakan induksi matematika harus ada penekanan pada pemahaman konsep, sehingga pembuktian tidak terlalu teknis (Ashkenzi & Itzkovitch, 2014).

Terdapat dua langkah dalam pembuktian dengan menggunakan induksi matematika (Michaelson, 2008) yaitu:

1. Langkah Dasar (*Basic Step*)

Tunjukkan bahwa $P(n)$ benar dengan P adalah identitas yang akan dibuktikan dan n adalah bilangan asli pertama yang identitasnya benar; dan

2. Langkah Induksi (*Induction Step*)

Seandainya $P(k)$ benar untuk setiap $k \geq n$, maka tunjukkan $P(k + 1)$ adalah benar.

Pengkonstruksian bukti yang terjadi dalam induksi matematika

dimulai dari langkah pertama yang menunjukkan bahwa suatu barisan atau pernyataan (misal dilambangkan dengan $P(n)$) benar ketika n dimisalkan dengan salah satu bilangan asli, tergantung pernyataan yang ada dalam soal; langkah kedua adalah diklaim benar jika $n = k$; dan langkah terakhir adalah pembuktian bahwa $P(n)$ benar untuk $n = k + 1$, pada langkah ini dibuktikan melalui proses berpikir yang lebih mendalam guna mencari ide-ide atau gagasan untuk kemudian disusun sampai ditemukannya respon mengenai kebenaran $P(n)$ untuk $n = k + 1$ tersebut (Taufik, 2016).

Langkah-langkah pembuktian tersebut merupakan formula dari prinsip induksi matematika. Prinsip dari induksi matematika adalah membuktikan bahwa pernyataan pertama dalam rangkaian pernyataan yang tak terbatas itu benar, dan kemudian membuktikan bahwa jika ada satu pernyataan dalam urutan pernyataan yang tak terbatas itu benar, maka terbukti benar pula untuk pernyataan selanjutnya (Perera & Samarasiri, 2011). Pada awalnya prinsip induksi matematika hanya mengambil pada ruang lingkup proposisi-proposisi yang benar-benar berkaitan pada bilangan bulat, seperti jumlah dari suatu deret sepanjang n suku (Miksalmina, 2012). Perkembangan metode dalam induksi matematika ini, induksi menjadi salah satu metode yang ampuh dalam menyelesaikan masalah-masalah yang tidak hanya berkaitan dengan bilangan bulat, contohnya induksi matematika dapat digunakan untuk membuktikan identitas-identitas dalam peluang (kombinatorial), graf, bahkan geometri.

Kesalahan yang dilakukan mahasiswa saat penyelesaian soal-soal terkait induksi matematika adalah kesalahan pemahaman konsep dan prosedur aturan induksi matematika (Ardiawan, 2016). Kedua kesalahan tersebut terjadi karena kurang penguasaan konsep terhadap materi induksi matematika, kurang menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan sehingga mahasiswa langsung mengoperasikan ke dalam rumus, dan kurang teliti dalam melakukan operasi hitung dan tergesa-gesa dalam mengerjakan soal sehingga menimbulkan kesalahan. Terdapat dua kesalahan yang sering dilakukan oleh siswa ketika menjawab persoalan menggunakan induksi matematika, yaitu 1) kesalahan pada saat syarat *basic step* terpenuhi untuk $m = 1$ maka langsung disimpulkan berlaku untuk $m \geq 1$ padahal tidak semua persoalan berlaku seperti itu, 2) untuk *induction step* diberlakukan secara umum benar untuk $P(k + 1)$ padahal untuk kasus khusus misal bilangan genap seharusnya dibuktikan benar untuk $P(k + 2)$ setelah asumsi benar untuk $P(k)$ (Michaelson, 2008). Kesalahan-kesalahan yang terjadi pada prinsipnya mengarah pada kemampuan kognitif mahasiswa dalam memahami konsep induksi matematika.

Kemampuan kognitif adalah hasil yang dapat dilihat akibat kegiatan memperoleh informasi atau pengetahuan (Sukholifah, 2014). Definisi lain menyatakan bahwa kemampuan kognitif adalah segala hal yang berkaitan dengan cara anak membangun pengetahuannya melalui lingkungan (Maulidiyah, 2016). Kemampuan kognitif yang dimiliki seseorang

bergantung dari kemampuan orang tersebut fokus dalam mempelajari berbagai ilmu pengetahuan kemudian mengembangkan dan mengaplikasikan ilmu pengetahuan yang diperoleh sehingga diketahui kedalaman berpikirnya. Skala penilaian dan kategori tingkat kemampuan matematika dijabarkan menjadi: kemampuan matematika tinggi jika $80 \leq$ nilai yang diperoleh ≤ 100 , kemampuan matematika sedang apabila $60 \leq$ nilai yang diperoleh < 80 , dan kemampuan matematika rendah jika $0 \leq$ nilai yang diperoleh < 60 (Ma'sum, 2011).

Penelitian kemudian dilakukan dengan merumuskan permasalahan yaitu mengetahui kemampuan pembuktian matematis mahasiswa yang memiliki kategori kognitif tinggi dan rendah menggunakan induksi matematika. Diharapkan melalui artikel ini dapat dianalisis lebih jauh kemampuan pembuktian matematis mahasiswa sehingga pengajar dapat memberikan perlakuan yang tepat pada saat mengajar berbagai materi matematika yang menggunakan prasyarat induksi matematika.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan jenis penelitian deskriptif. Peneliti mendeskripsikan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dari hasil jawaban mereka terkait soal induksi matematika yang diberikan. Populasi pada penelitian ini adalah mahasiswa tingkat 3 Program Studi Pendidikan Matematika di salah satu Perguruan Tinggi swasta di Kota Cirebon. Sampel dipilih menggunakan teknik *simple*

random sampling berdasarkan hasil tes tentang materi induksi matematika.

Instrumen penelitian berupa lembar tes berisi soal materi induksi matematika, dan lembar wawancara. Tes materi induksi matematika diberikan untuk mengetahui kemampuan mahasiswa menyelesaikan soal pembuktian matematis materi induksi matematika, dengan setiap langkah pembuktian tersusun sistematis sesuai dengan konsep. Sedangkan wawancara dilakukan untuk mengetahui sejauh mana mahasiswa memahami setiap langkah dari jawaban yang sudah ditulis dan penguasaan konsep.

Penelitian diawali dengan pengerjaan soal tes materi induksi matematika oleh mahasiswa tingkat 3 Program Studi Pendidikan Matematika. Kemudian lembar hasil tes mahasiswa dikumpulkan untuk dikoreksi. Setelah diperoleh nilai akhir, kemampuan kognitif mahasiswa diklasifikasikan. Terpilih masing-masing dua mahasiswa dengan kemampuan kognitif tinggi dan rendah sebagai sampel. Keempat sampel tersebut dipilih secara acak berdasarkan nilai yang diperoleh dan kategori kemampuan kognitif. Wawancara dilakukan bagi sampel yang terpilih kemudian secara berurutan. Hasil tes dan wawancara mahasiswa kemudian dianalisis untuk diketahui kemampuan mahasiswa dalam mengerjakan soal pembuktian matematis materi induksi matematika.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Mahasiswa yang mengerjakan soal tes materi induksi matematika

berjumlah 46 orang. Nilai tes mahasiswa secara keseluruhan terlihat pada Tabel 1.

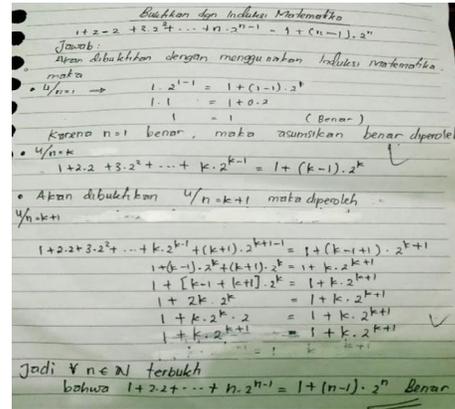
Tabel 1. Rekapitulasi Nilai Tes Mahasiswa

Nilai	Jumlah Mahasiswa
≥ 80	9
60 – 80	16
< 60	21

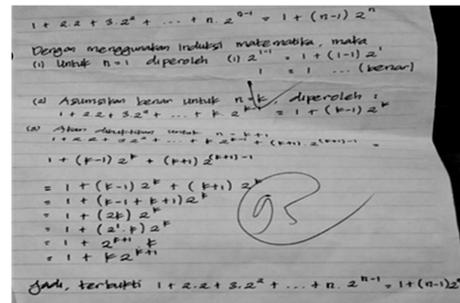
Berdasarkan Tabel 1, diperoleh kesimpulan awal bahwa mahasiswa yang memiliki kemampuan kognitif tinggi sebanyak 19,56% dan kemampuan kognitif rendah sebanyak 45,65%. Artinya mahasiswa dengan kemampuan kognitif rendah lebih banyak jumlahnya dibanding yang memiliki kemampuan kognitif tinggi.

Kemudian dilakukan analisis terhadap jawaban mahasiswa dari keempat sampel. Keempat sampel tersebut terpisah dalam dua kategori kemampuan kognitif yaitu mahasiswa kesatu dan kedua masuk dalam kategori kemampuan kognitif tinggi, sedangkan mahasiswa ketiga dan keempat masuk kategori kemampuan kognitif rendah. Pertama akan dilakukan analisis dari hasil jawaban Mahasiswa kesatu. Hasil jawaban mahasiswa dapat dilihat pada Gambar 1.

Berdasarkan Gambar 1, kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal menggunakan induksi matematika baik langkah dasar maupun langkah induksi menunjukkan hasil hampir sempurna. Pada saat membuktikan di langkah dasar mahasiswa kesatu mampu membuktikan untuk nilai $n = 1$, dimana nilai $n = 1$ merupakan bilangan asli pertama yang menjadi syarat awal



Gambar 1. Hasil Jawaban Mahasiswa Kesatu



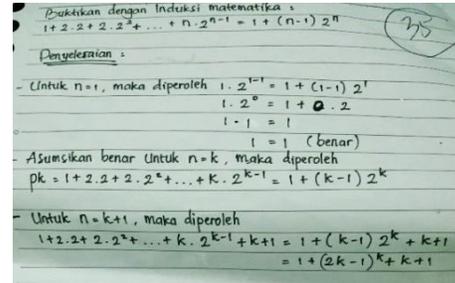
Gambar 2. Hasil Jawaban Mahasiswa Kedua

terpenuhinya pembuktian hasil deret pada ruas kiri dan ruas kanan. Langkah selanjutnya yaitu langkah induksi, hasil jawaban mahasiswa menunjukkan adanya kesalahan pada saat mengasumsikan nilai $n = k$ berlaku $1 + 2.2 + 3.2^2 + \dots + k.2^{k-1} = 1 + (k-1)2^k$ di awal, sehingga ketika belum diasumsikan benar, nilai $n = k$ tidak dapat digunakan untuk membuktikan ketika $n = k + 1$. Penulisan kesimpulan sudah benar.

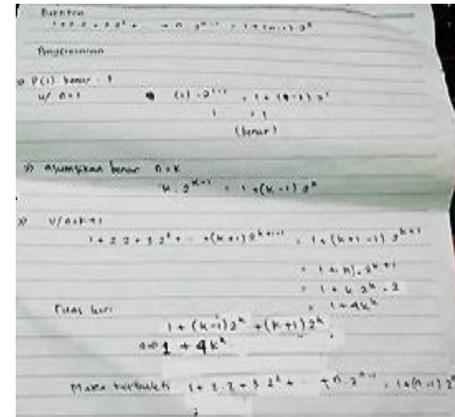
Analisis berikutnya dilakukan terhadap hasil jawaban dari mahasiswa kedua, yang termasuk mahasiswa dengan kemampuan kognitif tinggi yang dapat dilihat pada Gambar 2.

Menurut hasil jawaban mahasiswa kedua terlihat bahwa kemampuan dalam melakukan pembuktian matematis dengan langkah-langkah induksi matematika menunjukkan nilai hampir sempurna. Mahasiswa dapat melakukan langkah-langkah pembuktian induksi matematika baik langkah dasar maupun langkah induksi dengan sistematis hanya terdapat sedikit kesalahan. Pada langkah dasar tidak ditemukan kesalahan, mahasiswa sudah mampu menyusun pembuktian untuk n sebagai bilangan asli pertama. Sedangkan pada langkah induksi, ditemukan kesalahan ketika pembuktian ditujukan untuk $n = k + 1$, dalam hasil jawaban tidak ditemukan penulisan sudah diasumsikan benar pada saat $n = k$ untuk jawaban dibaris pertama, tetapi hasil asumsi tersebut digunakan. Hal ini mengakibatkan pertanyaan darimana kesimpulan jawab-an di ruas kiri pada baris pertama ketika pembuktian untuk $n = k + 1$. Langkah selanjutnya sampai dengan kesimpulan dapat ditulis dengan sempurna.

Analisis pada hasil jawaban mahasiswa ketiga yang termasuk mahasiswa dengan kategori kognitif rendah, terlihat pada Gambar 3. Berdasarkan Gambar 3, diperoleh gambaran bahwa kemampuan mahasiswa untuk menyelesaikan soal menggunakan pembuktian induksi matematika sampai pada langkah induksi namun hanya sampai tahap mengasumsikan benar untuk $n = k$. Mahasiswa ketiga terlihat kebingungan pada saat menerjemahkan perkalian menggunakan sifat distributif, sehingga setelah disesuaikan dengan hasil asumsi benar untuk $n = k$ tahap



Gambar 3. Hasil Jawaban Mahasiswa Ketiga



Gambar 4. Hasil Jawaban Mahasiswa Keempat

berikutnya kesalahan ditemukan di jawaban akhir. Mahasiswa telah memahami jawaban pada langkah dasar pembuktian induksi matematika, kemudian dapat dilanjutkan sampai dengan menemukan asumsi benar untuk $n = k$, namun pembuktian tersebut terhenti pada saat membuktikan untuk langkah identitas $n = k + 1$.

Analisis terakhir dilakukan terhadap jawaban mahasiswa keempat, yang hasil jawabannya dapat dilihat pada Gambar 4. Untuk hasil jawaban dari mahasiswa keempat, diperoleh gambaran bahwa kemampuan mahasiswa dalam pembuktian menggunakan induksi matematika hanya sampai pada langkah dasar. Mahasiswa tidak mampu melakukan langkah induksi dimulai dari penulisan asumsi benar untuk $n = k$. Asumsi benar untuk $n = k$ tidak ditulis

sesuai dengan format deret pada soal sehingga kalimat untuk asumsi benarpun menjadi salah. Hasil ini akhirnya berpengaruh pada pembuktian untuk identitas deret $n = k + 1$ yang tidak sesuai dengan ketentuan. Ketidakkampuan mahasiswa juga terlihat dari langkah awal pembuktian benar untuk $n = k + 1$, terlihat mahasiswa tidak memahami bagaimana alur pembuktian, sehingga kesalahan terjadi dari tahap awal. Ketidakteraturan dalam menghubungkan setiap langkah pembuktian pun terlihat jelas, mahasiswa tidak menuliskan pembuktian untuk kedua ruas secara langsung tapi justru dipisahkan antara ruas kiri dan kanan dari soal deret.

Pembahasan

Hasil jawaban dari keempat mahasiswa sampel penelitian menunjukkan adanya perbedaan kemampuan dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika. Perbedaan tersebut secara umum terlihat pada saat penyelesaian langkah induksi. Sedangkan untuk langkah dasar, keempat mahasiswa sudah mampu memahami dengan baik.

Dua orang mahasiswa yang masuk dalam kategori kemampuan kognitif tinggi yaitu mahasiswa kesatu dan kedua, menunjukkan adanya hasil jawaban dengan nilai hampir sempurna. Kemampuan mereka dalam pembuktian matematis sudah baik terlihat dari penulisan setiap tahapan pembuktian dilakukan dengan benar namun belum sistematis. Kesalahan terlihat ketika mereka masuk pada langkah induksi, dimana mereka tidak menuliskan kalimat “asumsi benar untuk $n = k$ ”,

yang menjadi bagian penting dalam tahap pembuktian. Hal ini dikarenakan kedua mahasiswa tidak teliti pada saat penyelesaian jawaban soal, mereka terburu-buru ingin segera mengumpulkan jawaban sehingga tidak memeriksa kembali hasil jawaban yang telah diperoleh.

Dua mahasiswa yang masuk kategori kognitif rendah, pada dasarnya sudah mampu mengaplikasikan penyelesaian langkah dasar, hanya kesulitan pada saat memasuki langkah induksi. Kekeliruan dalam menentukan ide pembuktian untuk menentukan kebenaran pernyataan $n = k + 1$ ditemukan dari hasil jawaban. Mahasiswa terlihat bingung apa yang harus ditulis terlebih dahulu. Hal lain terlihat pula dari kedua jawaban yang menunjukkan adanya ketidaksesuaian antara tahap asumsi benar untuk $n = k$ dan pembuktian untuk $n = k + 1$. Mahasiswa tidak mampu menghubungkan kedua tahapan pada langkah induksi. Ketidakkampuan timbul akibat kurang memahami cara menerapkan langkah asumsi benar pada langkah pembuktian untuk $n = k + 1$, dan kekeliruan mengaplikasikan sifat distributif.

Hasil penelitian ini menunjukkan mahasiswa harus banyak berlatih dalam menyelesaikan soal-soal menggunakan pembuktian dengan induksi matematika, karena kemampuan pembuktian ini menjadi dasar untuk beberapa mata kuliah bidang matematika. Kebiasaan mahasiswa ingin segera menyelesaikan soal-soal pembuktian dan keluar dari ruangan tes harus diubah. Pendidik juga harus sering menyampaikan kepada mahasiswa sebelum pengerjaan soal-

soal tes agar tidak terburu-buru, cek kembali semua jawaban dengan teliti agar tidak terjadi penyesalan, karena dalam pengerjaan soal-soal matematika jika ada kesalahan di awal berimbas pada kesalahan penyelesaian jawaban tahap berikutnya.

PENUTUP

Berdasarkan hasil penelitian ini, maka dapat disimpulkan sebagai berikut. (1) Mahasiswa dengan kategori kognitif tinggi mampu menyelesaikan setiap langkah pembuktian menggunakan induksi matematika secara benar namun belum sistematis. Kesalahan ditemukan pada langkah induksi, dimana mahasiswa tidak mencantumkan kalimat “asumsi benar untuk $n = k$ ” yang menjadi bagian penting dari tahap pembuktian. Hal ini dikarenakan mahasiswa tidak teliti dan terburu-buru dalam penyelesaian jawaban tes. (2) Mahasiswa dengan kemampuan kognitif rendah belum mampu menyelesaikan pembuktian menggunakan induksi matematika pada langkah induksi. Mahasiswa tidak memahami urutan dalam membuktikan benar langkah induksi untuk $n = k + 1$, kekeliruan memahami sifat distributif, dan tidak teratur menghubungkan setiap langkah pembuktian mulai tahap asumsi benar untuk $n = k$ sampai membuktikan benar untuk $n = k + 1$. Hal ini dikarenakan mahasiswa kurang berlatih soal-soal pembuktian dengan induksi matematika dan kurang memahami alur pembuktian pada langkah induksi.

DAFTAR PUSTAKA

- Ardiawan, Y. (2016). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal induksi matematika di IKIP PGRI Pontianak. *Jurnal Pendidikan Informatika Dan Sains*, 4(1).
- Ashkenzi, Y., & Itzkovitch, E. (2014). Proof by mathematical induction. *International Journal of Innovation and Research in Educational Sciences*, 1(3), 2349–5219.
- CadwalladerOlsker, T. (2011). What do we mean by mathematical proof? *Journal of Humanistic Mathematics*, 1(1), 33–60.
- Hasan, B. (2016). PROSES BERPIKIR MAHASISWA DALAM MENGONSTRUKSI BUKTI MENGGUNAKAN INDUKSI MATEMATIKA BERDASARKANTEORI PEMEROSAN INFORMASI. *APOTEMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 2(1), 33–40.
- Hernadi, J. (2008). Metoda Pembuktian dalam Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 1–13.
- Hine, G. (2017). Proof by mathematical induction: Professional practice for secondary teachers.
- Kartini, E. S. (2015). ANALISA KESULITAN PEMBUKTIAN MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL. *SEMIRATA 2015*, 1(1), 189–199.
- Ma’sum, A. (2011). Profil Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Bangun Ruang Sisi Lengkung.

- Maulidiyah, E. C. (2016). PENINGKATAN KEMAMPUAN KOGNITIF ANAK MELALUI KEGIATAN MEMBILANG BENDA SEKITAR. *Jurnal Pendidikan Anak*, 5(2).
- Michaelson, M. T. (2008). A literature review of pedagogical research on mathematical induction. *Australian Senior Mathematics Journal*, 22(2), 57.
- Miksalmina, M. (2012). Penerapan Induksi Matematika Dalam Pembuktian Matematika. *Jurnal Visipena*, 3(2).
- Perera, A. A. I., & Samarasiri, D. (2011). Mathematical induction and graph coloring. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, 2(2).
- Sukholifah. (2014). KEMAMPUAN KOGNITIF SISWA MENURUT GAGNE PADA MATERI HIMPUNAN DITINJAU DARI KEMAMPUAN MATEMATIKA. *MATHEdunesa*, 3(3).
- Tarhadi, S., & Pujiastuti, S. L. (2006). Perbandingan Kemampuan Penyelesaian Masalah Matematika Mahasiswa Pendidikan Jarak Jauh dengan Mahasiswa Pendidikan Tatap Muka. *Jurnal Pendidikan Terbuka Dan Jarak Jauh*, 7(2), 121–133.
- Taufik, A. (2016). Diagnosis Kesulitan Mahasiswa di Universitas Kuningan dalam Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika Beserta Upaya Mengatasinya Menggunakan Scaffolding. *JES-MAT (Jurnal Edukasi Dan Sains Matematika)*, 2(1).

